تم تحميل وعرض المادة من

موقع حلول كتبي

المدرسة أونلاين

موقع
حلول كتبي

https://hululkitab.co

جميع الحقوق محفوظة للقائمين على الموقع

للعودة إلى الموقع إبحث في قوقل عن : موقع حلول كتبي

المملكة العربية السعودية

وزارة التعليم
Ministry of Education

قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

رياضيات ١-١

التعليم الثانوي

(نظام المسارات)

(السنة الأولى المشتركة)

قام بالتأليف والمراجعة

فريق من المتخصصين

المدارس السعودية في الخارج

طبعة ١٤٤٣ - ٢٠٢١

يوزع مجانًا ولا يباع

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

الفصل 1

التبرير والبرهان
Reasoning and Proof

فيما سبق:

درستُ القطع المستقيمة وعلاقات الزوايا.

والآن:

- أكتب تخمينات، وأجد أمثلة مضادة للعبارات.
- أستعمل التبرير الاستنتاجي للتوصل إلى نتيجة صحيحة.
- أكتب براهين تتضمَّن نظريات القطع المستقيمة والزوايا.

لماذا؟

العلوم والطبيعة:
يستعمل علماء الأحياء التبريرات الاستنتاجية والاستقرائية لاتخاذ القرارات، ووضع الاستنتاجات المنطقية عن مملكة الحيوانات.

المطويات منظم أفكار

التبرير والبرهان: اعمل هذه المطوية؛ لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول الفصل 1، مبتدئًا بورقة من دفتر الملاحظات.

1. **اطوِ** الورقة طوليًّا، بحيث تكون حافتها بمحاذاة الثقوب الجانبية.

2. **قص** خمسة أشرطة كما يظهر في الشكل أدناه.

3. **عنوِن** الأشرطة كما في الشكل أدناه.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

الفصل 1

التبرير والبرهان
Reasoning and Proof

رقم الصفحة في الكتاب
10

التهيئة للفصل 1

اختبار سريع

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي عند قيمة x المُعطاة.

1) $4x + 7 , x = 6$

الحل:

$4x + 7$	العبارة المعطاة
$= 4(6) + 7$	عوّض
$= 24 + 7$	اضرب
$= 31$	بسّط

---

2) $180\ (x - 2) , x = 8$

الحل:

$180(x - 2)$	العبارة المعطاة
$= 180(8 - 2)$	عوّض
$= 180(6)$	اطرح
$= 1080$	بسّط

---

3) $5x^2 - 3x , x = 2$

الحل:

$5x^2 - 3x$	العبارة المعطاة
$= 5(2)^2 - 3(2)$	عوّض
$= 5(4) - 3(2)$	أوجد قيم القوى

	$= 20 - 6$	اضرب
	$= 14$	بسّط

---

4) $\frac{x(x-3)}{2}, x = 6$

الحل:

$\frac{x(x-3)}{2}$	العبارة المعطاة
$= \frac{(6)((6)-3)}{2}$	عوّض
$= \frac{(6)(3)}{2}$	اجمع
$= \frac{18}{2}$	اضرب
$= 9$	بسّط

---

5) $x + (x+1) + (x+2), x = 3$

الحل:

$x + (x+1) + (x+2)$	العبارة المعطاة
$= (3) + ((3)+1) + ((3)+2)$	عوّض
$= (3) + (4) + (5)$	اجمع داخل الأقواس
$= 12$	بسّط

اكتب كل تعبير لفظي مما يأتي على صورة عبارة جبرية:

6) أقل من خمسة أمثال عدد بثمانية.

الحل:

نفرض أن العدد هو x ، فتكون العبارة الجبرية: $5x - 8$

---

7) أكثر من مربع عدد بثلاثة.

الحل:

نفرض أن العدد هو x ، فتكون العبارة الجبرية: $x^2 + 3$

حل كل معادلة فيما يأتي:

8) $8x-10=6x$

الحل:

$8x-10=6x$	المعادلة المعطاة
$8x-10-6x=6x-6x$	اطرح $6x$ من الطرفين
$2x-10=0$	بسّط
$2x=10$	اجمع 10 للطرفين
$x=5$	اقسم الطرفين على 2

---

9) $18+7x=10x+39$

الحل:

$18+7x=10x+39$	المعادلة المعطاة
$18+7x-10x=10x+39-10x$	اطرح $10x$ من الطرفين
$18-3x=39$	بسّط
$-3x=21$	اطرح 18 من الطرفين
$x=-7$	اقسم الطرفين على -3

---

10) $3(11x-7)=13x+25$

الحل:

$3(11x-7)=13x+25$	المعادلة المعطاة
$33x-21=13x+25$	اضرب
$33x-21-13x=13x+25-13x$	اطرح $13x$ من الطرفين
$20x-21=25$	بسّط
$20x=46$	اجمع 21 للطرفين
$x=2.3$	اقسم الطرفين على 20

11) $\frac{3}{2}x+1=5-2x$

الحل:

$\frac{3}{2}x+1=5-2x$	المعادلة المعطاة
$\frac{3}{2}x+1+2x=5-2x+2x$	اجمع $2x$ للطرفين
$\frac{3}{2}x+1+\frac{4}{2}x=5-2x+2x$	وحد المقامات
$\frac{7}{2}x+1=5$	بسّط
$\frac{7}{2}x=4$	اطرح 1 من الطرفين
$\frac{7}{2}x\left(\frac{2}{7}\right)=4\left(\frac{2}{7}\right)$	اقسم الطرفين على $\frac{7}{2}$ (أو اضرب الطرفين بـ $\frac{2}{7}$)
$x=\frac{8}{7}\approx 1.1$	بسّط

---

12) **قراءة:** اشترت عائشة 4 كتب بقيمة 52 ريالًا؛ لتقرأها في أثناء الإجازة الصيفية. إذا كانت الكتب متساوية السعر، فاكتب معادلة لإيجاد ثمن الكتاب الواحد، ثم حُلَّها.

الحل:

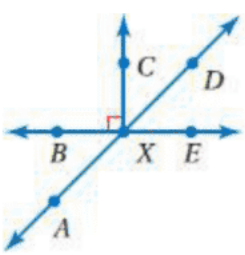
نفرض أن ثمن الكتاب الواحد يساوي x، فنحصل على المعادلة: $\mathbf{4x=52}$

لإيجاد ثمن الكتاب الواحد نقوم بحل المعادلة كما يلي:

$4x=52$	المعادلة
$x=13$	اقسم الطرفين على 4

إذاً ثمن الكتاب 13 ريالاً

استعمل الشكل المجاور في مثال 3 للإجابة عما يأتي:



13) عيِّن زاويتين منفرجتين متقابلتين بالرأس.

الحل:

الزاوية المنفرجة هي زاوية قياسها أكبر من 90° وأقل 180°، إذاً الزاويتين $\angle AXE$, $\angle BXD$ منفرجتين متقابلتين بالرأس.

14) عيِّن زاويتين متتامتين.

الحل:

الزاويتان المتتامتان هما زاويتان بجمعهما نحصل على ربع دائرة أي أن مجموع قياسهما يساوي 90°. إذاً الزاويتين $\angle CXD\ ,\ \angle DXE$ متتامتين.

---

15) عيِّن زاويتين متجاورتين متكاملتين في آن واحد.

الحل:

الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان بجمعهما نحصل على نصف دائرة أي أن مجموع قياسهما يساوي 180°. إذاً الزاويتين $\angle EXA\ ,\ \angle DXE$ متجاورتين متكاملتين في آن واحد.

---

16) إذا كان: $m\angle DXB = 116^\circ$ و $m\angle EXA = (3x+2)^\circ$، فأوجد قيمة x.

الحل:

$\angle BXD = \angle AXE$	زاويتين منفرجتين متقابلتين بالرأس
$3x + 2 = 116$	عوّض
$3x = 114$	اطرح 2 من الطرفين
$x = 38$	اقسم الطرفين على 3

---

17) إذا كان: $m\angle CXD = (6x-13)^\circ$ و $m\angle DXE = (10x+7)^\circ$، فأوجد قيمة x.

الحل:

$\angle CXD + \angle DXE = 90^\circ$	زاويتين متتامتين
$6x - 13 + 10x + 7 = 90$	عوّض
$16x - 6 = 90$	بسّط
$16x = 96$	اجمع 6 للطرفين
$x = 6$	اقسم الطرفين على 16

رقم الصفحة في الكتاب
12

1-1 التبرير الاستقرائي والتخمين
Inductive Reasoning and Conjecture

تحقق من فهمك

اكتب تخميناً يصف النمط في كلٍّ من المتتابعات الآتية، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كلٍّ منها.

1A) متتابعة أشهر: صفر، رجب، ذو الحجة، جمادى الأولى، .....

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

صفر ، رجب ، ذو الحجة ، جمادى الأولى ، .....

5 أشهر 5 أشهر 5 أشهر

الخطوة 2: ضع تخميناً: الشهر التالي في المتتابعة يأتي بعد خمسة أشهر من الشهر السابق.

الخطوة 3: جد الحد التالي: شهر **شوال**.

1B) $10, 4, -2, -8, \ldots\ldots$

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

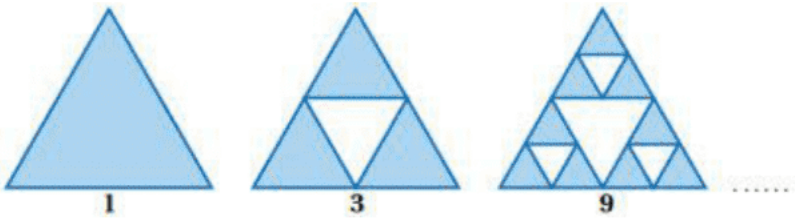
$10 \quad , \quad 4 \quad , \quad -2 \quad , \quad -8 \quad , \ldots$

$-6 \quad -6 \quad -6$

الخطوة 2: ضع تخميناً: العدد التالي في المتتابعة يقل بمقدار 6 عن العدد السابق.

الخطوة 3: جد الحد التالي: $-8 - 6 = \mathbf{-14}$

(1C

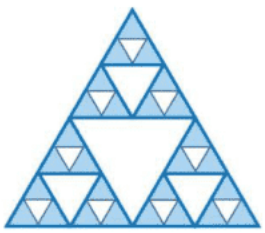


الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

الخطوة 2: ضع تخميناً: يُقسم كل مثلث مظلل في الشكل السابق إلى أربعة مثلثات متطابقة الأضلاع يتوسطها مثلث أبيض.

الخطوة 3: جد الحد التالي:



27

تحقق من فهمك

(2A ناتج جمع عددين زوجيين.

الحل:

الخطوة 1: اكتب أمثلة.

$2 + 4 = 6$ ، $2 + 6 = 8$ ، $4 + 8 = 12$

الخطوة 2: ابحث عن نمط.

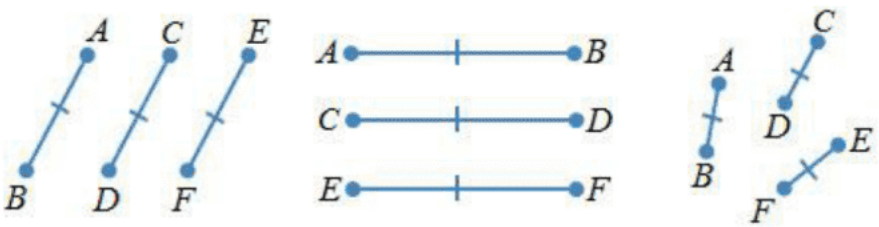
لاحظ أن الأعداد $6, 8, 12$ جميعها زوجية.

الخطوة 3: ضع تخميناً: ناتج جمع عددين زوجيين هو عدد زوجي.

(2B العلاقة بين AB و EF، إذا كانت: $AB = CD$ و $CD = EF$

الحل:

الخطوة 1: اكتب أمثلة.



الخطوة 2: ابحث عن نمط.

لاحظ أن $AB = CD = EF$

الخطوة 3: ضع تخميناً: $AB = EF$

2C) مجموع مربعَي عددين كليين متتاليين.

ملاحظة قبل الحل: مجموعة الأعداد الكلية هي: $\{0, 1, 2, 3, 4, \ldots.\}$

الحل:

الخطوة 1: اكتب أمثلة.

$(0)^2 + (1)^2 = 1$ ، $(1)^2 + (2)^2 = 5$ ، $(3)^2 + (4)^2 = 25$

الخطوة 2: ابحث عن نمط.

لاحظ أن الأعداد $1, 5, 25$ جميعها فردية.

الخطوة 3: ضع تخميناً: ناتج مجموع مربعي عددين كليين متتاليين هو عدد فردي.

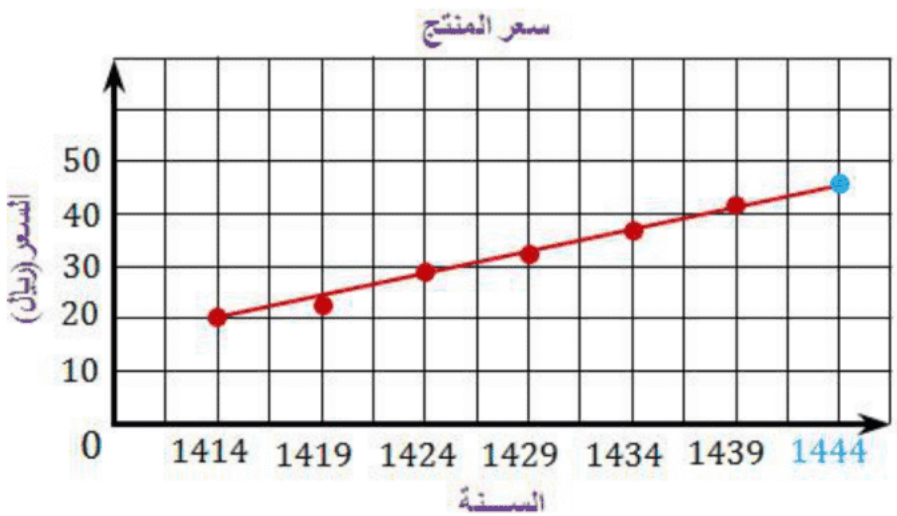
تحقق من فهمك

3) **أسعار:** يبين الجدول المجاور سعر منتج خلال السنوات من 1414هـ إلى 1439هـ.

السنة	السعر (ريال)
1414	20
1419	22
1424	29
1429	32
1434	37
1439	41

A) أنشئ التمثيل البياني الأنسب لعرض هذه البيانات.

الحل:



B) ضع تخمينًا لسعر المنتج عام 1444هـ.

الحل:

التخمين: عام 1444 هـ سيكون سعر المنتج 46 ريالاً تقريباً.

C) هل من المنطقي القول بأن هذا النمط سيستمر بمرور الزمن؟

وإذا لم يكن كذلك، فكيف سيتغير؟ فسر إجابتك.

الحل:

نعم، هذا الاتجاه المتزايد معقول لأنه من المحتمل أن يستمر سعر المنتج في الزيادة على مر السنين.

تحقق من فهمك

4A) إذا كان n عددًا حقيقيًّا، فإن $-n$ يكون سالبًا.

الحل:

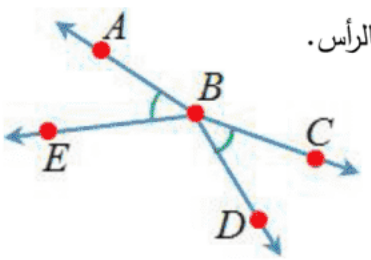
إذا كان $n = -4$، فإن التخمين خاطئ لأن $-n = -(-4) = 4$، و 4 عدد موجب.

4B) إذا كان: $\angle ABE \cong \angle DBC$ ، فإن $\angle ABE$ و $\angle DBC$ متقابلتان بالرأس.

الحل:

عندما تكون النقاط A, B, C لا تقع على استقامة واحدة، والنقاط E, B, C لا تقع على استقامة واحدة، يكون التخمين خاطئاً.

في الشكل $\angle ABE \cong \angle DBC$، ولكن $\angle ABE$ و $\angle DBC$ غير متقابلتين بالرأس.



تأكـد

رقم الصفحة في الكتاب 15

المثال 1 اكتب تخمينًا يصف النمط في كل متتابعة مما يأتي، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كلٍّ منها:

1) التكلفة: 4.50 ريالاتٍ، 6.75 ريالاتٍ، 9.00 ريالاتٍ، .....

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

4.50 ريالات ، 6.75 ريالات ، 9.00 ريالات ، .....

+ 2.25 ريال + 2.25 ريال

الخطوة 2: ضع تخميناً: تزيد التكلفة كل مرة بمقدار 2.25 ريال عن المرة السابقة.

الخطوة 3: جد الحد التالي: شهر 2.25 + 9.00 = 11.25 ريالاً

---

2) مواعيد انطلاق الحافلات: 10:15 صباحًا، 11:00 صباحًا، 11:45 صباحًا، .....

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

10:15 صباحاً ، 11:00 صباحاً ، 11:45 صباحاً ، .....

45 دقيقة 45 دقيقة

الخطوة 2: ضع تخميناً: يأتي كل موعد بعد 45 دقيقة من الموعد السابق له.

الخطوة 3: جد الحد التالي: شهر 11.45 + 45.00 = 12.30 مساءً

---

3)

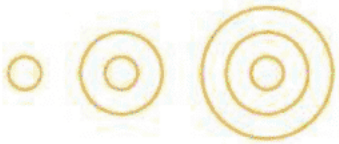
.....

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط. **الخطوة 2:** ضع تخميناً: ينتقل التظليل إلى الجزء التالي كل مرة في اتجاه عقارب الساعة.

الخطوة 3: جد الحد التالي:

(4



.....

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

الخطوة 2: ضع تخميناً: كل شكل في النمط يحوي دائرة إضافية خارجية زيادة على دوائر الشكل السابق.

الخطوة 3: جد الحد التالي:

(5 $3, 3, 6, 9, 15, \ldots\ldots$

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

$$3 \quad , \quad 3 \quad , \quad 6 \quad , \quad 9 \quad , \quad 15 \quad \ldots\ldots$$

$$3 \qquad 3+3 \qquad 3+6 \qquad 6+9$$

الخطوة 2: ضع تخميناً: كل حد في هذا النمط يساوي مجموع الحدين السابقين له.

الخطوة 3: جد الحد التالي: $9 + 15 = \mathbf{24}$

(6 $2, 6, 14, 30, 62, \ldots\ldots$

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

$$2 \quad , \quad 6 \quad , \quad 14 \quad , \quad 30 \quad , \quad 62 \quad , \ldots\ldots$$

$$2 \times 2 + 2 \qquad 6 \times 2 + 2 \qquad 14 \times 2 + 2 \qquad 30 \times 2 + 2$$

الخطوة 2: ضع تخميناً: يزيد كل حد بمقدار 2 على مثلي الحد الذي يسبقه.

الخطوة 3: جد الحد التالي: $62 \times 2 + 2 = \mathbf{126}$

المثال 2 ضع تخميناً لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي:

7) ناتج ضرب عددين زوجيين.

الحل:

الخطوة 1: اكتب أمثلة.

$$2 \times 4 = 8 \quad , \quad 2 \times 6 = 12 \quad , \quad 4 \times 8 = 32$$

الخطوة 2: ابحث عن نمط.

لاحظ أن الأعداد $8, 12, 32$ جميعها زوجية.

الخطوة 3: ضع تخميناً: ناتج ضرب عددين زوجيين هو عدد زوجي.

---

8) العلاقة بين العددين a و b إذا كان $a + b = 0$.

الحل:

الخطوة 1: اكتب أمثلة.

$$2 - 2 = 0 \quad , \quad -4 + 4 = 0 \quad , \quad 8 - 8 = 0$$

الخطوة 2: ابحث عن نمط.

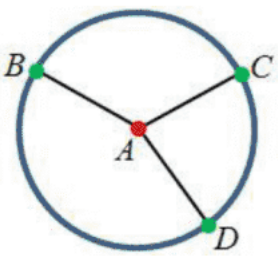
لاحظ أن $a = -b$

الخطوة 3: ضع تخميناً: كل من a و b معكوس للآخر.

---

9) العلاقة بين مجموعة النقاط في المستوى التي تبعد المسافة نفسها عن النقطة A.

الحل:



الخطوة 1: اكتب أمثلة.

$$AB = AC = AD$$

الخطوة 2: ابحث عن نمط.

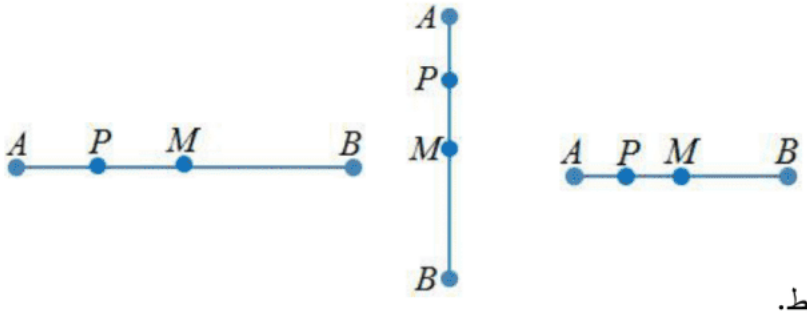
لاحظ أن $AB = AC = AD = r$ حيث r نصف قطر الدائرة.

الخطوة 3: ضع تخميناً: مجموعة النقاط في المستوى التي تبعد البعد نفسه عن النقطة A تُكوّن دائرة.

10) العلاقة بين $\overline{AP}$ و $\overline{PB}$ إذا كانت M نقطة منتصف $\overline{AB}$ والنقطة P نقطة منتصف $\overline{AM}$.

الحل:

الخطوة 1: اكتب أمثلة.



الخطوة 2: ابحث عن نمط.

لاحظ أن $AP = \frac{1}{4}AB$ و $PB = \frac{3}{4}AB$

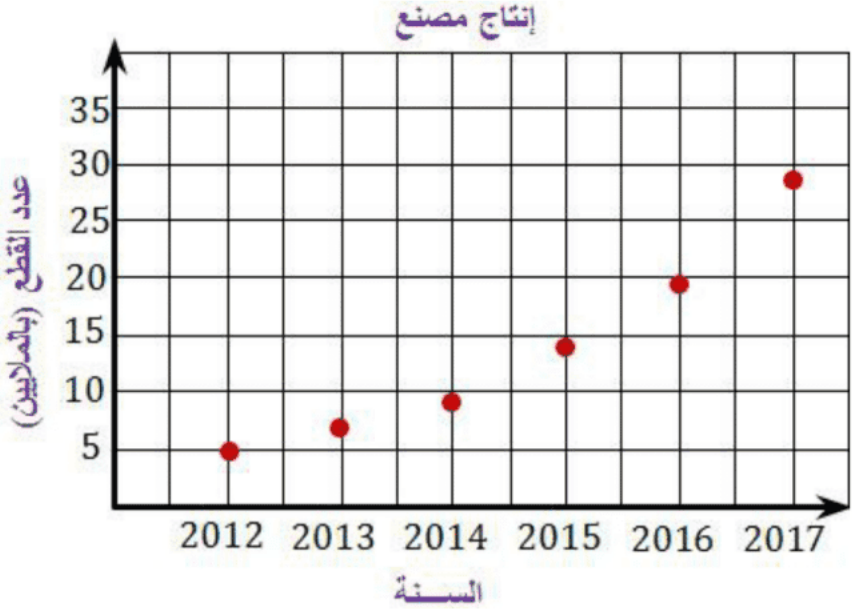
الخطوة 3: ضع تخميناً: طول PB يساوي ثلاثة أمثال طول AP.

المثال 3 **11)** **إنتاج مصنع:** استعمل الجدول المجاور الذي يبين عدد القطع المنتجة في مصنع لبعض السنوات.

عدد القطع المنتجة لمصنع	
السنة	عدد القطع (بالملايين)
2012	5
2013	7.2
2014	9.2
2015	14.1
2016	19.7
2017	28.4

a) أنشئ التمثيل البياني الأنسب لعرض هذه البيانات.

الحل:



b) ضع تخمينًا لعدد القطع في سنة 2022م .

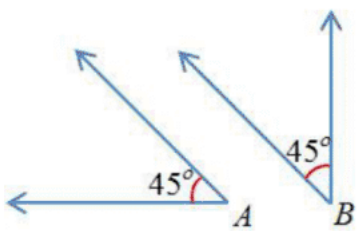
الحل:

سيكون عدد القطع في 2022 حوالي 35 مليون تقريباً.

المثال 4 أعطِ مثالًا مضادًّا يبين أن كلًّا من التخمينات الآتية خاطئة.

12) إذا كانت $\angle A$ و $\angle B$ متتامتين، فإن لهما ضلعًا مشتركًا.

الحل:



في الشكل $\angle A$ و $\angle B$ متتامتين ولكن لا يوجد لهما ضلعاً مشتركاً.

---

13) إذا قطع نصف مستقيم قطعةً مستقيمةً عند منتصفها، فإنه يعامدها.

الحل:

في الشكل يقطع نصف المستقيم القطعة المستقيمة عند منتصفها ولكنه لا يعامدها.

تدرب وحل المسائل

رقم الصفحة في الكتاب 16

المثال 1 اكتب تخمينًا يصف النمط في كل متتابعة مما يأتي، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كلٍّ منها.

14) $0, 2, 4, 6, 8$

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

$$0 \xrightarrow{+2} 2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{+2} 6 \xrightarrow{+2} 8, \ldots$$

الخطوة 2: ضع تخميناً: كل حد في هذا النمط يزيد بمقدار 2 على الحد الذي يسبقه.

الخطوة 3: جد الحد التالي: $8 + 2 = \mathbf{10}$

---

15) $3, 6, 9, 12, 15$

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

$$3 \xrightarrow{+3} 6 \xrightarrow{+3} 9 \xrightarrow{+3} 12 \xrightarrow{+3} 15, \ldots$$

الخطوة 2: ضع تخميناً: كل حد في هذا النمط يزيد بمقدار 3 على الحد الذي يسبقه.

الخطوة 3: جد الحد التالي: $15 + 3 = \mathbf{18}$

---

16) $4, 8, 12, 16, 20$

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

$$4 \xrightarrow{+4} 8 \xrightarrow{+4} 12 \xrightarrow{+4} 16 \xrightarrow{+4} 20, \ldots$$

الخطوة 2: ضع تخميناً: كل حد في هذا النمط يزيد بمقدار 4 على الحد الذي يسبقه.

الخطوة 3: جد الحد التالي: $20 + 4 = \mathbf{24}$

(17 $2, 22, 222, 2222$

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

الخطوة 2: ضع تخميناً: كل حد في هذا النمط يحتوي على الرقم 2 زيادة على أرقام الحد السابق له.

الخطوة 3: جد الحد التالي: **22222**

(18 $1, 4, 9, 16$

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

$$1 \quad , \quad 4 \quad , \quad 9 \quad , \quad 16 \quad , \ldots.$$
$$\uparrow \qquad \uparrow \qquad \uparrow \qquad \uparrow$$
$$1^2 \quad , \quad 2^2 \quad , \quad 3^2 \quad , \quad 4^2 \quad , \ldots.$$

الخطوة 2: ضع تخميناً: ينتج كل حد عن تربيع العدد الطبيعي الذي يمثل ترتيبه.

الخطوة 3: جد الحد التالي: $(5)^2 = \mathbf{25}$

(19 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

$$1 \quad , \quad \frac{1}{2} \quad , \quad \frac{1}{4} \quad , \quad \frac{1}{8} \quad , \ldots..$$
$$\div 2 \qquad \div 2 \qquad \div 2$$

الخطوة 2: ضع تخميناً: كل حد في هذا النمط يساوي نصف الحد الذي يسبقه

الخطوة 3: جد الحد التالي: $\frac{1}{8} \div 2 = \mathbf{\frac{1}{16}}$

20) مواعيد الوصول: 10:00 صباحًا، 12:30 مساءً ، 3:00 مساءً، .....

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

10:00 صباحاً ، 12:30 مساءً ، 3:00 مساءً ، .....

+ 2:30 + 2:30

الخطوة 2: ضع تخميناً: يأتي كل موعد بعد ساعتين ونصف الساعة من الموعد الذي يسبقه.

الخطوة 3: جد الحد التالي: شهر 3.00 مساءً + 2.30 = **5.30** مساءً

---

21) النسبة المئوية للرطوبة: ..... , 86% , 93% , 100%

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

..... , 86% , 93% , 100%

−7% −7%

الخطوة 2: ضع تخميناً: تقل كل نسبة مئوية عن النسبة السابقة بمقدار 7%.

الخطوة 3: جد الحد التالي: 86% − 7% = **79%**

---

22) أيام العمل: الأحد، الثلاثاء، الخميس، .....

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

الأحد ، الثلاثاء ، الخميس ، .....

يومين يومين

الخطوة 2: ضع تخميناً: يأتي كل يوم عمل بعد يومين من يوم العمل السابق.

الخطوة 3: جد الحد التالي: يوم **السبت**.

23) اجتماعات النادي: المحرّم، ربيع أول، جمادى الأولى، .....

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

المحرّم ، ربيع أول ، جمادى الأولى ، .....

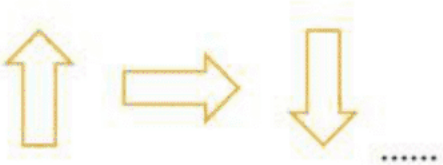
شهرين شهرين

الخطوة 2: ضع تخميناً: يعقد كل اجتماع بعد شهرين من الاجتماع السابق.

الخطوة 3: جد الحد التالي: شهر **رجب**.

---

24)



الحل:

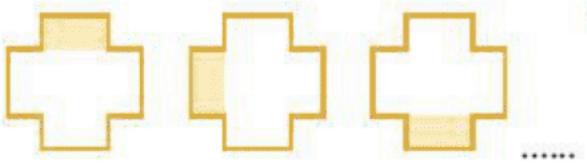
الخطوة 1: ابحث عن نمط.

الخطوة 2:ضع تخميناً: اتجاه السهم في النمط يدور في اتجاه حركة عقارب الساعة من الشكل إلى الشكل الذي يليه.

الخطوة 3: جد الحد التالي:

---

25)



الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

الخطوة 2: ضع تخميناً: يتحرك الجزء المظلل في كل شكل إلى المنطقة التالية من الشكل عكس اتجاه حركة عقارب الساعة.

الخطوة 3: جد الحد التالي:

(26

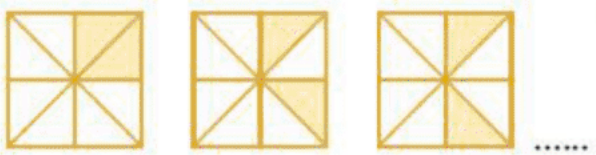
الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

الخطوة 2: ضع تخميناً: كل شكل في النمط مضلع منتظم، ويزداد عدد أضلاعه ضلعاً واحداً عما قبله.

الخطوة 3: جد الحد التالي: السداسي المنتظم

(27



الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

الخطوة 2: ضع تخميناً: المثلث السفلي المظلل يتحرك في الجهة العليا اليمنى من الشكل الأول في اتجاه حركة عقارب الساعة، ويمر خلال كل مجموعة من المثلثات من شكل إلى الذي يليه.

الخطوة 3: جد الحد التالي:

(28 **رياضة:** بدأ ماجد تمارين الجري السريع قبل خمسة أيام. فركض في اليوم الأول 0.5 km . وفي الأيام الثلاثة التالية 0.75 km, 1 km, 1.25 km . إذا استمر تمرينه على هذا النمط، فما المسافة التي يقطعها في اليوم السابع؟

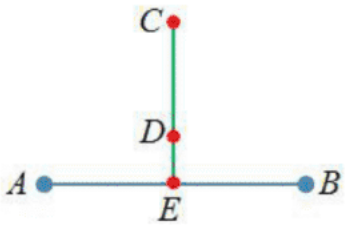
الحل:

النمط: 0.5km , 0.75km , 1 km , 1.25 km , ...

+0.25 km +0.25 km +0.25 km

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

32) العلاقة بين $\overline{AB}$ ومجموعة النقاط التي تبعد مسافات متساوية عن A و B.



الحل:

الخطوة 1: اكتب أمثلة.

$$AC = CB\ ,\ AD = DB\ ,\ AE = EB$$

الخطوة 2: ابحث عن نمط.

النقاط $E\ ,\ D\ ,\ C$ تقع على العمود المنصف لـ AB.

الخطوة 3: ضع تخميناً: مجموعة النقاط التي تبعد مسافات متساوية عن A و B تشكل العمود المنصف لـ AB.

---

33) العلاقة بين حجم المنشور وحجم الهرم اللذين لهما القاعدة نفسها والارتفاع نفسه.

ملاحظة: قانون حجم الهرم $v = \frac{B \times h}{3}$ ، قانون حجم الموشور $v = B \times h$ حيث h الارتفاع و B القاعدة.

الحل:

الخطوة 1: اكتب أمثلة: إذا كان الارتفاع يساوي $1\ \text{cm}$ والقاعدة تساوي $1\ \text{cm}^2$ فإن حجم الهرم يساوي $\frac{1}{3}\ \text{cm}^3$، وحجم الموشور يساوي $1\ \text{cm}^3$. **الخطوة 2:** ابحث عن نمط: حجم الموشور $= 3 \times$ حجم الهرم.

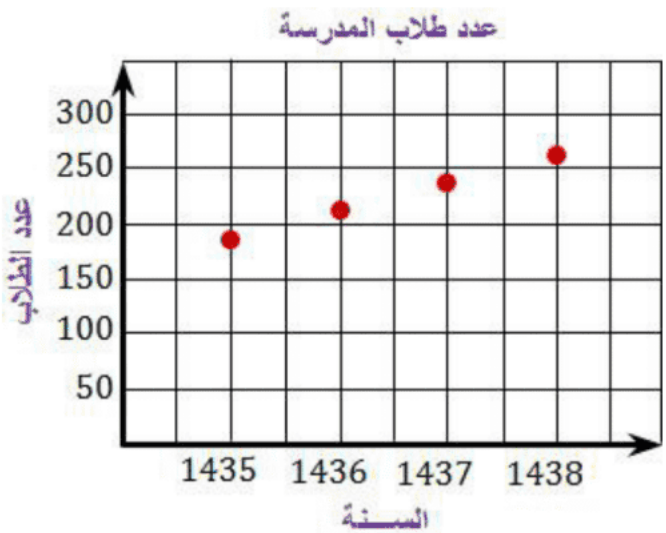
الخطوة 3: ضع تخميناً: حجم الموشور يساوي 3 أمثال حجم الهرم.

المثال 3 **34)** **مدارس:** يبين الجدول المجاور عدد الطلاب في إحدى المدارس الثانوية خلال الفترة من 1435هـ إلى 1438هـ

السنة	عدد الطلاب
1435	190
1436	210
1437	240
1438	260

a) أنشئ التمثيل البياني الأنسب لعرض هذه البيانات.

الحل:



b) ضع تخمينًا معتمدًا على بيانات الجدول، واشرح كيف يؤيِّد تمثيلك البياني هذا التخمين.

الحل:

سيزداد عدد طلاب المدرسة في السنوات اللاحقة، ويظهر ذلك بوضوح من تزايد ارتفاع النقاط الذي يمثل عدد الطلاب في التمثيل البياني.

المثال 4

حدد ما إذا كان أيٌّ من التخمينات الآتية صحيحًا أو خاطئًا، وإذا كان التخمين خاطئًا، فأعط مثالًا مضادًّا.

35) إذا كان n عددًا أوليًّا، فإن $n+1$ ليس أوليًّا.

الحل:

خاطئ، إذا كان $n=2$، فإن التخمين خاطئ لأن $n+1=2+1=3$، و 3 عدد أولي.

---

36) إذا كان x عددًا صحيحًا، فإن $-x$ عدد موجب.

ملاحظة قبل الحل: مجموعة الأعداد الصحيحة هي: $\{\ldots,-2,-1,0,1,2,\ldots.\}$

الحل:

خاطئ، إذا كان $x=2$، فإن التخمين خاطئ لأن $-x=-2$، و -2 عدد سالب.

---

37) في المثلث ABC إذا كان: $(AB)^2+(BC)^2=(AC)^2$، فإن $\triangle ABC$ قائم الزاوية.

الحل:

صحيح، حسب نظرية فيثاغورس.

---

38) إذا كانت مساحة مستطيل تساوي $20\ \text{m}^2$، فإن طوله يساوي $10\ \text{m}$، وعرضه $2\ \text{m}$.

الحل:

خاطئ، يمكن أن يكون طول المستطيل يساوي $5\ \text{m}$، وعرضه يساوي $4\ \text{m}$.

39) سكان: استعمل الجدول أدناه لتعطي مثالًا مضادًّا لكلٍّ من العبارتين الآتيتين:

المنطقة الإدارية	العدد التقريبي للسكان بالمليون	النسبة المئوية من عدد سكان المملكة
الرياض	8.1	24.8%
مكة المكرمة	8.5	26%
المدينة المنورة	2.2	6.7%
الشرقية	5	15.3%

المصدر: مسح الخصائص السكانية 2017م - الهيئة العامة للإحصاء.

a) النسبة المئوية لمجموع عدد سكان المناطق الإدارية الأربع الواردة في الجدول أقل من 25% من سكان المملكة العربية السعودية.

الحل:

النسبة المئوية لعدد السكان في منطقة مكة المكرمة وحده يساوي 26% من سكان المملكة العربية السعودية.

---

b) يزيد عدد سكان أيٍّ من المناطق الإدارية الأربع على ثلاثة ملايين نسمةٍ.

الحل:

عدد سكان منطقة المدينة المنورة 2.2 مليون نسمة.

---

40) تخمين جولدباخ: ينص تخمين جولد باخ على أنه يمكن كتابة أي عدد زوجي أكبر من 2 على صورة مجموع عددين أوليين. فعلى سبيل المثال: $5 + 3 = 8, 3 + 3 = 6, 2 + 2 = 4$.

a) أثبت أن التخمين صحيح للأعداد الزوجية من 10 إلى 20

الحل:

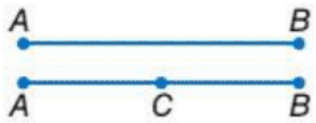
$$5 + 5 = 10,\ 5 + 7 = 12,\ 7 + 7 = 14,\ 5 + 11 = 16,\ 7 + 11 = 18,\ 7 + 13 = 20$$

b) إذا أُعطيت التخمين الآتي: يمكن كتابة أي عدد فردي أكبر من 2 على صورة مجموع عددين أوليين. فهل التخمين صحيح أم خاطئ؟ إذا كان خاطئًا، فأعط مثالًا مضادًّا.

الحل:

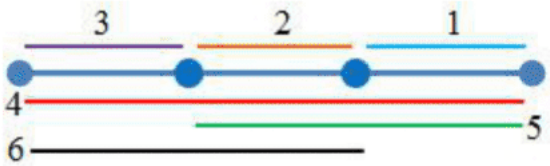
خاطئ، لا يمكن كتابة العدد 3 على صورة مجموع عددين أوليين، لأن $3 = 2 + 1$ ، حيث العدد 1 غير أولي.

41) هندسة: النقطتان الواقعتان على مستقيم تشكّلان قطعة مستقيمة، مثل $\overline{AB}$. إذا أُضيفت نقطة أخرى C على القطعة المستقيمة $\overline{AB}$، فإن النقاط الثلاث تشكّل ثلاث قطع مستقيمة.

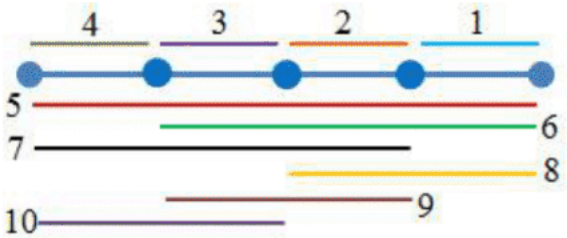


a) ما عدد القطع المستقيمة المختلفة التي تتشكل من أربع نقاط على مستقيم؟ ومن خمس نقاط على مستقيم؟

الحل:



عدد القطع المستقيمة المختلفة التي تتشكل من أربع نقاط على مستقيم هو 6 كما هو مبين بالشكل الجانبي:



عدد القطع المستقيمة المختلفة التي تتشكل من خمس نقاط على مستقيم هو 10 كما هو مبين بالشكل الجانبي:

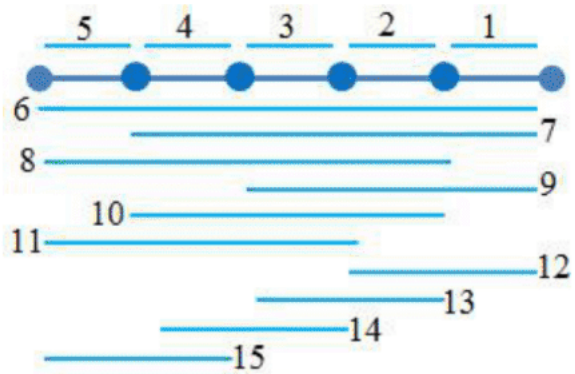
b) ضع تخمينًا لعدد القطع المستقيمة المختلفة التي تتشكل من n نقطة على مستقيم.

الحل:

عدد القطع المستقيمة يساوي مجموع الأعداد الطبيعية الأقل من n.

c) اختبر تخمينك بإيجاد عدد القطع المستقيمة المختلفة التي تتشكل من 6 نقاط.

الحل:



عدد القطع المستقيمة التي تتشكل من 6 نقاط يساوي:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \mathbf{15}$$

فالتخمين صحيح.

مسائل مهارات التفكير العليا

رقم الصفحة في الكتاب 17

42) اكتشف الخطأ: يتناقش أحمد وعلي في موضوع الأعداد الأولية. فيقول أحمد: إن جميع الأعداد الأولية أعداد فردية. في حين يقول عليٌّ: ليست جميع الأعداد الأولية فردية. هل قول أيٍّ منهما صحيح؟ فسّر إجابتك.

الحل:

قول علي صحيح، لأن العدد 2 عدد أولي زوجي.

---

43) مسألة مفتوحة: اكتب متتابعة عددية تتبع حدودها نمطين مختلفين، ووضِّح النمطين.

الحل:

$$1, 4, 9, 16, 25, 36, \ldots$$

يمكن إيجاد كل حد بتربيع العدد الطبيعي الذي يمثل ترتيبه، كما يمكن إيجاد كل حد بإضافة الصيغة $(2n + 1)$ إلى الحد السابق ،حيث n تمثل ترتيب الحد السابق.

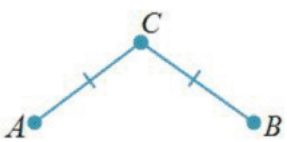
---

44) تبرير: تأمّل التخمين: "إذا كانت نقطتان تبعُدان المسافة نفسها عن نقطة ثالثة معلومة، فإن النقاط الثلاث تقع على استقامة واحدة". هل هذا التخمين صحيح أم خاطئ؟ وإذا كان خاطئًا، فأعط مثالًا مضادًّا.

الحل:

خاطئ، إذا كونت النقاط زاوية مستقيمة يكون التخمين صحيحاً، أما إذا لم تكن النقاط الثلاث على استقامة واحدة فيكون التخمين خاطئاً.

مثال مضاد:



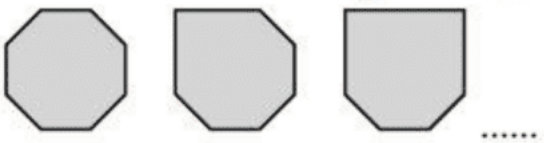
---

45) اكتب: افترض أنك تُجري مسحًا. اختر موضوعًا واكتب ثلاثة أسئلة يتضمنها مسحُك. كيف تستعمل التبرير الاستقرائي مع البيانات التي تحصل عليها من خلال هذا المسح؟

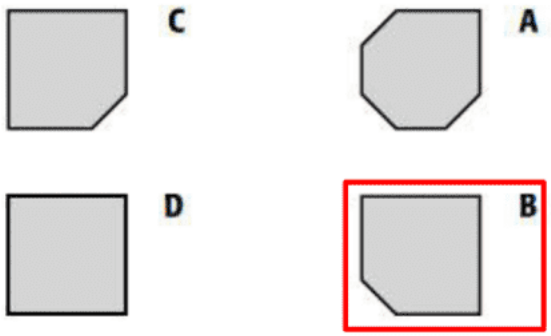
الحل:

أود أن أجري مسحاً لأنواع الأطعمة التي يفضلها الناس، وأطرح الأسئلة الآتية: ما وزنك؟ مانوع الطعام الذي تفضله؟ ما هو عدد مرات تناولك لهذا الطعام في الأسبوع؟ ثم بعد ذلك أستعمل التبرير الاستقرائي لإيجاد أنماط في الإجابات لتحديد ما إذا كان الأشخاص المتساوون في الوزن يفضلون تناول الأطعمة نفسها أم لا.

46) انظر إلى النمط الآتي:



ما الشكل التالي في النمط؟



الحل: الإجابة الصحيحة ***B***

شرح الحل:

كل شكل في النمط ينقص عدد أضلاعه ضلعاً واحداً عما قبله.

---

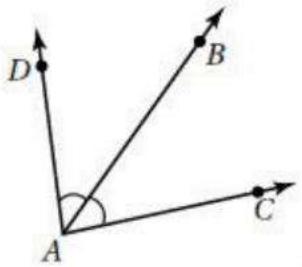
47) إذا علمت أن $a = 10 , b = 1$ ، فما قيمة العبارة الآتية؟

$$2b + ab \div (a + b)$$

الحل:

العبارة المعطاة	$2b + ab \div (a + b)$
عوّض	$= 2(1) + (10)(1) \div (10 + 1)$
بسّط	$= 2 + 10 \div (11)$
	$= 2 + \frac{10}{11}$
وحد المقامات	$= \frac{22}{11} + \frac{10}{11}$
اجمع	$= \frac{32}{11}$

48) في الشكل المجاور،
$\overleftrightarrow{AB}$ محور تناظر $\angle DAC$. أيُّ الاستنتاجات الآتية ليس صحيحًا بالضرورة؟



A $\angle DAB \cong \angle BAC$

B $\angle DAC$ زاوية قائمة.

C A و D على استقامة واحدة.

D $2(m\angle BAC) = m\angle DAC$

الحل: الإجابة الصحيحة ***B***

مراجعة تراكمية

رقم الصفحة في الكتاب 18

49) **أحواض سمك:** اشترى باسم حوضَ سمكٍ صغير على شكل أسطوانة دائرية قائمة، طول قطر قاعدتها 25 cm، وارتفاعها 35 cm، أوجد حجم الماء اللازم لِملءِ الحوض. (مهارة سابقة)

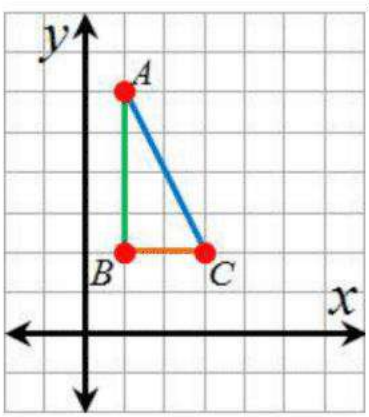
الحل:

$$v = \pi \times r^2 \times h = \pi \times \left(\frac{25}{2}\right)^2 \times 35 \approx 17180.6 \text{ cm}^3$$

أوجد محيط ΔABC إذا أُعطيت إحداثيات رؤوسه في كلٍّ مما يأتي: (مهارة سابقة)

50) $A(1, 6), B(1, 2), C(3, 2)$

الحل: نحسب المسافة بين كل نقطتين باستعمال صيغة المسافة بين نقطتين:



$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(1-1)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{(0)^2 + (-4)^2} = \sqrt{16} = 4$$

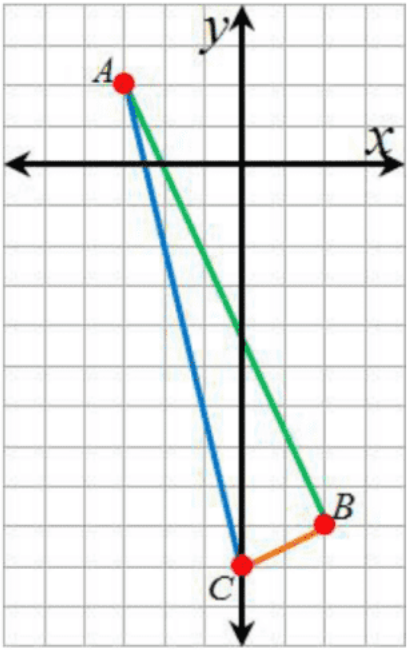
$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(3-1)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{(2)^2 + (0)^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(3-1)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{(2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{20}$$

إذاً محيط ΔABC يساوي:

$$AB + BC + AC = 4 + 2 + \sqrt{20} \approx \mathbf{10.47}$$

51 $A(-3, 2), B(2, -9), C(0, -10)$



الحل: نحسب المسافة بين كل نقطتين باستعمال صيغة المسافة بين نقطتين:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(2+3)^2 + (-9-2)^2} = \sqrt{(5)^2 + (-11)^2} = \sqrt{146}$$

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(0-2)^2 + (-10+9)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(0+3)^2 + (-10-2)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-12)^2} = \sqrt{153}$$

إذاً محيط ΔABC يساوي:

$$AB + BC + AC = \sqrt{146} + \sqrt{5} + \sqrt{153} \approx \mathbf{26.69}$$

---

52 **جبر:** قياس زاويتين متتامتين يساوي $(16z - 9)^\circ$ و $(4z + 3)^\circ$. أوجد قياس كلٍّ منهما. (مهارة سابقة)

الحل:

إيجاد قيمة z:

$4z + 3 + 16z - 9 = 90^\circ$	زاويتين متتامتين
$20z - 6 = 90$	بسّط
$20z = 96$	اجمع 6 للطرفين
$z = 4.8$	اقسم الطرفين على 20

نعوض قيمة z لإيجاد قياس الزاويتين كما يلي:

$$(4z + 3)^\circ = (4(4.8) + 3)^\circ = 22.2^\circ$$
$$(16z - 9)^\circ = (16(4.8) - 9)^\circ = 67.8^\circ$$

---

53 **جبر:** إذا علمت أن: $x = 3$ و $y = -4$ و $z = -5$، فأوجد قيمة: $5|x + y| - 3|2 - z|$. (مهارة سابقة)

الحل:

$5\|x + y\| - 3\|2 - z\|$	العبارة المعطاة
$= 5\|3 + (-4)\| - 3\|2 - (-5)\|$	عوّض

بسّط $= 5|-1| - 3|7|$

$= 5(1) - 3(7)$

$= 5 - 21$

$= -16$

استعد للدرس اللاحق رقم الصفحة في الكتاب 18

جبر: اكتب كلمة "صح" بجوار العبارة الصحيحة وكلمة "خطأ" بجوار العبارة الخاطئة.

54) كل مربع هو مستطيل صح

55) $5 - 2 \times 3 = 9$ **خطأ، لأن:** $5 - 2 \times 3 = 5 - 6 = -1$

56) العدد 9 عدد أولي **خطأ، لأن:** العدد 9 يقبل القسمة على 3، فهو عدد غير أولي.

2A) r أو p

الحل:

r أو p: يناير هو أول أشهر السنة الميلادية أو يناير من أشهر فصل الربيع.

بما أن r صائبة، فإن **r أو p صائبة**. وكون العبارة p خاطئة لا يؤثر.

2B) $q \vee \sim r$

الحل:

$q \vee \sim r$: عدد أيام أشهر يناير 30 يوماً فقط أو يناير ليس أول أشهر السنة الميلادية.

بما أن كلا العبارتين خاطئة، فإن **$q \vee \sim r$ خاطئة**.

2C) $p \vee \sim q$

الحل:

$p \vee \sim q$: يناير من أشهر فصل الربيع وعدد أيام شهر يناير ليس 30 يوماً.

بما أن $\sim q$ صائبة ، فإن **$p \vee \sim q$ صائبة**. وكون العبارة p خاطئة لا يؤثر.

تحقق من فهمك

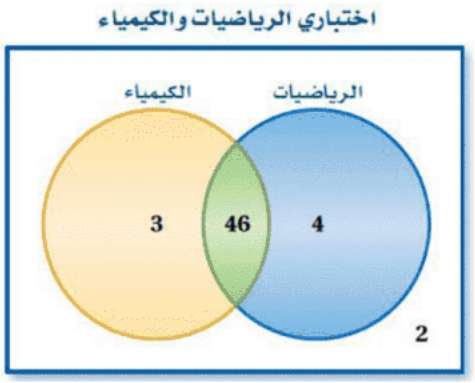
3) أنشئ جدول الصواب للعبارة $\sim p \wedge \sim q$.

الحل:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	F	F	**F**
T	F	F	T	**F**
F	T	T	F	**F**
F	F	T	T	**T**

تحقق من فهمك

4) اختبارات : يبين شكل ڤن المجاور عدد طلاب الصف الأول الثانوي الذين نجحوا والذين لم ينجحوا في اختباري الرياضيات أو الكيمياء.



A) ما عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار الرياضيات، ولم ينجحوا في اختبار الكيمياء؟

الحل:

عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار الرياضيات ولم ينجحوا في اختبار الكيمياء هو **4 طلاب**.

B) ما عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار الرياضيات واختبار الكيمياء؟

الحل:

تقاطع المجموعتين يمثل عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار الرياضيات واختبار الكيمياء، لذلك هناك **46 طالباً** نجحوا في اختبار الرياضيات واختبار الكيمياء.

C) ما عدد الطلاب الذين لم ينجحوا في أيٍّ من الاختبارين؟

الحل:

عدد الطلاب الذين لم ينجحوا في أي من الاختبارين هو **طالبان**.

D) ما عدد طلاب الصف الأول الثانوي؟

الحل:

عدد طلاب الصف الأول الثانوي يساوي: $2 + 4 + 46 + 3 =$ **55 طالباً**.

5) $p \vee r$

الحل:

$p \vee r$: في الأسبوع الواحد سبعة أيام أو في الساعة الواحدة 60 دقيقة.

بما أن كلا العبارتين p و r صائبتان، فإن $p \vee r$ **صائبة.**

---

6) $\sim p \wedge \sim r$

الحل:

$\sim p \wedge \sim r$: ليس في الأسبوع الواحد سبعة أيام وليس في الساعة الواحدة 60 دقيقة.

بما أن نفي p عبارة خاطئة، ونفي r عبارة خاطئة، فإن عبارة الوصل $\sim p \wedge \sim r$ **خاطئة.**

المثال 3 7) أكمل جدول الصواب المجاور.

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

أنشئ جدول صواب لكلٍّ من العبارتين المركبتين الآتيتين:

8) $p \wedge q$

الحل:

p	q	$p \wedge q$
T	T	**T**
T	F	**F**
F	T	**F**
F	F	**F**

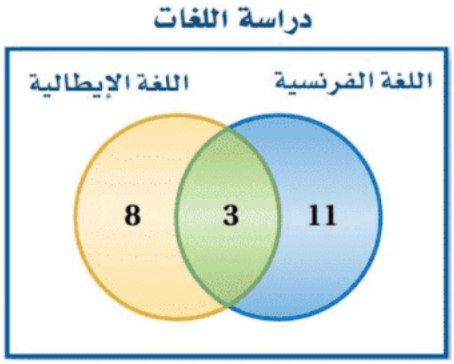
---

9) $\sim p \vee \sim q$

الحل:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	F	F	**F**
T	F	F	T	**T**
F	T	T	F	**T**
F	F	T	T	**T**

المثال 4 **10) لغات:** استعمل شكل فن المجاور، والذي يمثل عدد الطلاب الذين يدرسون اللغتين الفرنسية والإيطالية في معهد اللغات.



a) ما عدد الطلاب الذين يدرسون الإيطالية فقط؟

الحل:

عدد الطلاب الذين يدرسون الإيطالية فقط هو **8 طلاب**.

b) ما عدد الطلاب الذين يدرسون الإيطالية والفرنسية معًا؟

الحل:

عدد الطلاب الذين يدرسون الإيطالية والفرنسية معاً هو **3 طلاب**.

c) ماذا يمثل العدد 11 في الشكل؟

الحل:

عدد الطلاب الذين يدرسون الفرنسية ولا يدرسون الإيطالية.

تدرب وحل المسائل

رقم الصفحة في الكتاب 23

المثالان 1, 2

استعمل العبارات p, q, r, s والخريطة المجاورة؛ لكتابة كل عبارة وصْلٍ أو فصلٍ أدناه. ثم أوجد قيمة الصواب لها مفسِّرًا تبريرك:

p: الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية.

q: تقع مكة المكرمة على الخليج العربي.

r: توجد حدود مشتركة للمملكة العربية السعودية مع العراق.

s: المملكة العربية السعودية تقع غربي البحر الأحمر.

11) p و r

الحل:

p و r : الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية وتوجد حدود مشتركة للمملكة العربية السعودية مع العراق.

بما أن كلا العبارتين p و r صائبتان، فإن عبارة الوصل p و r **صائبة**.

12) $p \wedge q$

الحل:

$p \wedge q$: الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية ومكة المكرمة تقع على الخليج العربي.

بما أن العبارة p صائبة والعبارة q خاطئة، فإن عبارة الوصل $\boldsymbol{p \wedge q}$ **خاطئة.**

---

13) $r\sim$ أو s

الحل:

$r\sim$ أو s : المملكة العربية السعودية ليس لها حدود مشتركة مع العراق أو المملكة العربية السعودية تقع غربي البحر الأحمر.

بما أن كلا العبارتين خاطئة، فإن $\boldsymbol{r\sim}$ أو $\boldsymbol{s}$ **خاطئة.**

---

14) $r \vee q$

الحل:

$r \vee q$: المملكة العربية السعودية لها حدود مشتركة مع العراق أو مكة المكرمة تقع على الخليج العربي.

بما أن r صائبة، فإن $\boldsymbol{r \vee q}$ **صائبة.** وكون العبارة q خاطئة لا يؤثر.

---

15) $p\sim$ و $r\sim$

الحل:

$p\sim$ و $r\sim$: الرياض ليست عاصمة المملكة العربية السعودية والمملكة العربية السعودية ليس لها حدود مشتركة مع العراق.

بما أن نفي p عبارة خاطئة، ونفي r عبارة خاطئة، فإن عبارة الوصل $\boldsymbol{p\sim}$ و $\boldsymbol{r\sim}$ **خاطئة.**

---

16) $p\sim \vee s\sim$

الحل:

$p\sim \vee s\sim$: المملكة العربية السعودية لا تقع غربي البحر الأحمر أو الرياض ليست عاصمة المملكة العربية السعودية.

بما أن $s\sim$ صائبة ، فإن $\boldsymbol{p\sim \vee s\sim}$ **صائبة.** وكون العبارة $p\sim$ خاطئة لا يؤثر.

المثال 3 أكمل جدول الصواب الآتي:

(17

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

أنشئ جدول الصواب لكلٍّ من العبارات المركبة الآتية:

(18 $\sim(\sim p)$

الحل:

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
T	F	**T**
F	T	**F**

(19 $\sim(\sim r \wedge q)$

الحل:

r	q	$\sim r$	$\sim r \wedge q$	$\sim(\sim r \wedge q)$
T	T	F	F	**T**
T	F	F	F	**T**
F	T	T	T	**F**
F	F	T	F	**T**

(20 $\sim p \wedge r$

الحل:

p	r	$\sim p$	$\sim p \wedge r$
T	T	F	**F**
T	F	F	**F**
F	T	T	**T**
F	F	T	**F**

21) **مكافآت:** قرر مدرس الرياضيات مكافأة الطلاب المتفوقين باصطحابهم في رحلة مدرسيةٍ، وقرر أن تكون القاعدة أنه "إذا تفوّق الطالب في الاختبار الأول أو الاختبار الثاني فإنه سيذهب في الرحلة".

الطلاب المسموح لهم بالذهاب في الرحلة		يسمح له بالذهاب
الاختبار الأول	الاختبار الثاني	
تفوق		
تفوق	لم يتفوق	T

a) أكمل جدول الصواب المجاور.

الحل:

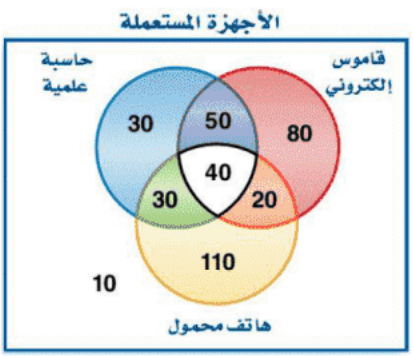
الطلاب المسموح لهم بالذهاب في الرحلة		يسمح له بالذهاب
الاختبار الأول	الاختبار الثاني	
تفوق	تفوق	T
تفوق	لم يتفوق	T
لم يتفوق	تفوق	T
لم يتفوق	لم يتفوق	F

b) إذا تفوق الطالب في الاختبارين، فهل سيذهب في هذه الرحلة؟ **نعم**

c) إذا تفوق الطالب في الاختبار الأول فقط، فهل سيذهب في هذه الرحلة؟ **نعم**

المثال 4

22) **إلكترونيات:** سُئل 370 شخصًا من الفئة العمرية بين 13–19 سنة عن الجهاز الذي يستعملونه من بين الهاتف المحمول والقاموس الإلكتروني والحاسبة العلمية، ومُثّلت نتائج الاستطلاع بشكل ڤن المجاور.



a) ما عدد الذين يستعملون حاسبة علمية وقاموسًا إلكترونيًّا فقط؟

الحل: عدد الذين يستعملون حاسبة علمية وقاموساً إلكترونياً هو **50 شخصاً**.

b) ما عدد الذين يستعملون الأجهزة الثلاثة؟

الحل: عدد الذين يستعملون الأجهزة الثلاثة هو **40 شخصاً**.

c) ما عدد الذين يستعملون هاتفًا محمولًا فقط؟

الحل: عدد الذين يستعملون هاتفاً محمولاً فقط هو **110 أشخاص**.

d) ما عدد الذين يستعملون قاموسًا إلكترونيًّا وهاتفًا محمولًا فقط؟

الحل: عدد الذين يستعملون قاموساً إلكترونياً وهاتفاً محمولاً هو **20 شخصاً**.

e) ماذا يمثل العدد 10 في الشكل؟

الحل: عدد الأشخاص الذين لا يستعملون أياً من الأجهزة الثلاثة.

أنشئ جدول الصواب لكلٍّ من العبارات المركبة الآتية. ثم عيِّن قيمة الصواب لكلٍّ منها، إذا علمت أن العبارات p, q, r تكون صائبة إذا تم ذكرها بجانب العبارة المعطاة، وخاطئة إذا لم تذكر:

23) $p \wedge (q \wedge r)\,;\, p, q$

الحل:

p	q	r	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$
T	T	T	T	**T**
T	T	F	F	**F**
T	F	T	F	**F**
T	F	F	F	**F**
F	T	T	T	**F**
F	T	F	F	**F**
F	F	T	F	**F**
F	F	F	F	**F**

إذا كانت q و p صائبتين، فإن $p \wedge (\sim r \wedge q)$ **صائبة** عندما تكون r صائبة و**خاطئة** عندما تكون r خاطئة.

(26 $p \vee (\sim q \wedge \sim r)\,;p,q,r$

الحل:

p	q	$\sim q$	r	$\sim r$	$\sim q \wedge \sim r$	$p \vee (\sim q \wedge \sim r)$
T	T	F	T	F	F	**T**
T	T	F	F	T	F	**T**
T	F	T	T	F	F	**T**
T	F	T	F	T	T	**T**
F	T	F	T	F	F	**F**
F	T	F	F	T	F	**F**
F	F	T	T	F	F	**F**
F	F	T	F	T	T	**T**

إذا كانت r و q و p صائبات، فإن $p \vee (\sim q \wedge \sim r)$ **صائبة**.

(27 $\sim p \wedge (\sim q \wedge \sim r)\,;p,q,r$

الحل:

p	$\sim p$	q	$\sim q$	r	$\sim r$	$\sim q \wedge \sim r$	$\sim p \wedge (\sim q \wedge \sim r)$
T	F	T	F	T	F	F	**F**
T	F	T	F	F	T	F	**F**
T	F	F	T	T	F	F	**F**
T	F	F	T	F	T	T	**F**
F	T	T	F	T	F	F	**F**
F	T	T	F	F	T	F	**F**
F	T	F	T	T	F	F	**F**
F	T	F	T	F	T	T	**T**

إذا كانت r و q و p صائبات، فإن $\sim p \wedge (\sim q \wedge \sim r)$ **خاطئة**.

(28 $(\sim p \vee q) \vee \sim r\ ;\ p, q$

الحل:

p	$\sim p$	q	r	$\sim r$	$\sim p \vee q$	$(\sim p \vee q) \vee \sim r$
T	F	T	T	F	T	T
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F
T	F	F	F	T	F	T
F	T	T	T	F	T	T
F	T	T	F	T	T	T
F	T	F	T	F	T	T
F	T	F	F	T	T	T

إذا كانت q و p صائبتين، فإن $(\sim p \vee q) \vee \sim r$ **صائبة** بغض النظر عن كون r صائبة أم خاطئة.

مسائل مهارات التفكير العليا

رقم الصفحة في الكتاب 24

تحدَّ: لنفي العبارة التي تحوي كلمة "جميع" أو "كل"، يمكنك استعمال جملة "يوجد واحد على الأقل" أو "هناك واحد على الأقل". ولنفي العبارة التي تحوي كلمة "يوجد"، يمكنك استعمال كلمة "جميع" أو "كل".

p: جميع المضلعات محدبة.

$\sim p$: يوجد مضلع واحد على الأقل ليس محدبًا.

q: توجد مسألة ليس لها حل.

$\sim q$: جميع المسائل لها حل.

انفِ كلًّا من العبارات الآتية:

29) جميع المربعات مستطيلات.

الحل: يوجد مربع واحد على الأقل ليس مستطيلاً.

30) على الأقل يوجد طالب واحد يدرس اللغة الفرنسية.

الحل: جميع الطلاب لا يدرسون اللغة الفرنسية.

31) لكل عدد حقيقي جذر تربيعي حقيقي.

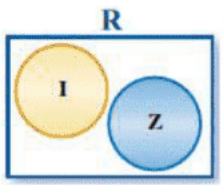
الحل: يوجد على الأقل عدد حقيقي واحد ليس له جذر تربيعي حقيقي.

32) توجد قطعة مستقيمة ليس لها نقطة منتصف .

الحل: كل قطعة مستقيمة لها منتصف.

---

33) **تبرير:** الأعداد غير النسبية (I)، والأعداد الصحيحة (Z) تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية (R). معتمدًا على شكل ڤن المجاور، هل صحيح أحيانًا أم دائمًا، أم غير صحيح أبدًا، أن الأعداد الصحيحة هي أعداد غير نسبية؟ فسّر تبريرك.

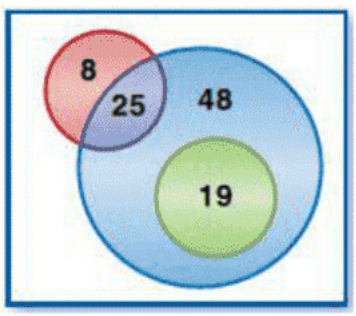


الحل:

غير صحيح أبداً. الأعداد الصحيحة هي أعداد نسبية وليست غير نسبية.

---

34) **اكتب:** صِفْ موقفًا يمكن تمثيله بشكل ڤن الآتي.



الحل:

أُجري استطلاع شمل 100 طالب، لمعرفة ما إذا كانوا يفضلون الرياضيات أو الفيزياء أو الكيمياء، فوجد أن 8 طلاب يفضلون الفيزياء فقط، و 25 طالب يفضلون الفيزياء والرياضيات، و48 طالب يفضلون الرياضيات فقط، و 19 طالب يفضلون الكيمياء فقط.

---

35) **مسألة مفتوحة:** اكتب عبارة مركبة صائبة تحوي « و » فقط.

الحل:

مجموع زوايا المثلث 180°، ومجموع زوايا المربع 360°. كلتا العبارتين صائبة، ولذلك تكون العبارة المركبة صائبة.

خمِّن الحد التالي في كلٍّ من المتتابعات الآتية . (مهارة سابقة)

(39 $3, 5, 7, 9$

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

$$3 \quad , \quad 5 \quad , \quad 7 \quad , \quad 9 \quad , \ldots..$$

$$+2 \qquad +2 \qquad +2$$

الخطوة 2: ضع تخميناً: كل حد في هذا النمط يزيد بمقدار 2 على الحد الذي يسبقه.

الخطوة 3: جد الحد التالي: $9 + 2 = \mathbf{11}$

(40 $1, 3, 9, 27$

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

$$1 \quad , \quad 3 \quad , \quad 9 \quad , \quad 27 \quad , \ldots..$$

$$\times 3 \qquad \times 3 \qquad \times 3$$

الخطوة 2: ضع تخميناً: كل حد يساوي 3 أضعاف الحد الذي يسبقه.

الخطوة 3: جد الحد التالي: $27 \times 3 = \mathbf{81}$

(41 $6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}$

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

$$6 \quad , \quad 3 \quad , \quad \frac{3}{2} \quad , \quad \frac{3}{4} \quad , \ldots..$$

$$\div 2 \qquad \div 2 \qquad \div 2$$

الخطوة 2: ضع تخميناً: كل حد في هذا النمط يساوي نصف الحد الذي يسبقه

الخطوة 3: جد الحد التالي: $\frac{3}{4} \div 2 = \mathbf{\frac{3}{8}}$

جبر: حل كلًّا من المعادلات الآتية: (مهارة سابقة)

42 $\frac{y}{2} - 7 = 5$

الحل:

$\frac{y}{2} - 7 = 5$	المعادلة المعطاة
$\frac{y}{2} = 12$	اجمع 7 للطرفين
$y = 24$	اضرب الطرفين في 2

---

43 $3x + 9 = 6$

الحل:

$3x + 9 = 6$	المعادلة المعطاة
$3x = -3$	اطرح 9 من الطرفين
$x = -1$	اقسم الطرفين على 3

---

44 $4(m - 5) = 12$

الحل:

$4(m - 5) = 12$	المعادلة المعطاة
$4m - 20 = 12$	اضرب
$4m = 32$	اجمع 20 للطرفين
$m = 8$	اقسم الطرفين على 4

---

45 $6(w + 7) = 0$

الحل:

$6(w + 7) = 0$	المعادلة المعطاة
$6w + 42 = 0$	اضرب
$6w = -42$	اطرح 42 من الطرفين
$w = -7$	اقسم الطرفين على 6

(46 $2x - 7 = 11$

الحل:

$2x - 7 = 11$	المعادلة المعطاة
$2x = 18$	اجمع 7 للطرفين
$x = 9$	اقسم الطرفين على 2

(47 $\frac{y}{5} + 4 = 9$

الحل:

$\frac{y}{5} + 4 = 9$	المعادلة المعطاة
$\frac{y}{5} = 5$	اطرح 4 من الطرفين
$y = 25$	اضرب الطرفين في 5

استعد للدرس اللاحق

رقم الصفحة في الكتاب 25

جبر: أوجد قيمة كلٍّ من العبارات الجبرية الآتية للقيم المعطاة.

(48 $2y + 3x$ إذا كانت $x = -1, y = 3$

الحل:

$2y + 3x$	العبارة المعطاة
$= 2(3) + 3(-1)$	عوّض
$= 6 - 3$	اضرب
$= 3$	بسّط

(49 $4d - c$ إذا كانت $c = 2, d = 4$

الحل:

$4d - c$	العبارة المعطاة
$= 4(4) - 2$	عوّض
$= 16 - 2$	اضرب
$= 14$	بسّط

(50 $m^2 + 7n$ إذا كانت $n = -2, m = 4$

الحل:

العبارة المعطاة	$m^2 + 7n$
عوّض	$= 4^2 + 7(-2)$
أوجد قيم القوى	$= 16 + 7(-2)$
اضرب	$= 16 - 14$
بسّط	$= 2$

(51 $ab - 2a$ إذا كانت $a = -2\,, b = -3$

الحل:

العبارة المعطاة	$ab - 2a$
عوّض	$= (-2)(-3) - 2(-2)$
اضرب	$= 6 + 4$
بسّط	$= 10$

تحقق من فهمك

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكلٍّ من العبارتين الشرطيتين الآتيتين، ثم حدد ما إذا كان أيٌّ منها صائبًا أم خاطئًا. وإذا كان خاطئًا فأعط مثالًا مضادًا.

5A) الزاويتان اللتان لهما القياس نفسه متطابقتان.

الحل:

العبارة الشرطية: أعد كتابة العبارة على صورة (إذا... فإن...): إذا كان للزاويتين القياس نفسه فإنهما متطابقتان.

العكس: إذا كانت الزاويتان متطابقتين، فإن لهما القياس نفسه. **صائبة.**

المعكوس: إذا لم يكن لزاويتين القياس نفسه، فإنهما غير متطابقتين. **صائبة.**

المعاكس الإيجابي: إذا لم تكن الزاويتان متطابقتين، فإنه لا يكون لهما القياس نفسه. **صائبة.**

5B) الفأر من القوارض.

الحل:

العبارة الشرطية: أعد كتابة العبارة على صورة (إذا... فإن...): إذا كان الحيوان فأراً فإنه من القوارض.

العكس: إذا كان الحيوان من القوارض فإنه فأر. **خاطئة**، مثال مضاد: السنجاب من القوارض لكنه ليس فأراً.

المعكوس: إذا لم يكن الحيوان فأراً، فإنه لا يكون من القوارض. **خاطئة**، مثال مضاد: السنجاب ليس فأراً ولكنه من القوارض.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الحيوان من القوارض فإنه ليس فأراً. **صائبة.**

تأكد

رقم الصفحة في الكتاب 30

المثال 1 **حدِّد الفرض والنتيجة في كلٍّ من العبارات الشرطية الآتية:**

1) يوم غد هو السبت إذا كان اليوم هو الجمعة.

الحل:

الفرض: اليوم هو الجمعة.

النتيجة: يوم غد هو السبت.

2) إذا كان $2x + 5 > 7$، فإن $x > 1$.

الحل:

الفرض: $2x + 5 > 7$

النتيجة: $x > 1$

---

3) إذا كانت الزاويتان متكاملتين، فإن مجموع قياسيهما $180°$

الحل:

الفرض: الزاويتان متكاملتان.

النتيجة: مجموع قياسي الزاويتين يساوي $180°$.

---

4) يكون المستقيمان متعامدين إذا نتج عن تقاطعهما زاوية قائمة.

الحل:

الفرض: نتج عن تقاطع مستقيمين زاوية قائمة.

النتيجة: المستقيمان متعامدان.

المثال 2 اكتب كل عبارة شرطية مما يأتي على صورة (إذا... فإن...).

5) الشخص الذي تجاوز عمره 18 عامًا يمكنه استخراج رخصة قيادة.

الحل: إذا تجاوز عمر الشخص 18 عاماً، فإنه يمكنه استخراج رخصة قيادة.

---

6) يحتوي الجبن على عنصر الكالسيوم.

الحل: إذا كانت هذه جبنة، فإنها تحتوي على عنصر الكالسيوم.

---

7) قياس الزاوية الحادة بين $0°$ و $90°$

الحل: إذا كانت الزاوية حادة، فإن قياسها بين $0°$ و $90°$.

---

8) المثلث المتطابق الأضلاع متطابق الزوايا.

الحل: إذا كان المثلث متطابق الأضلاع، فإنه متطابق الزوايا.

9) **مطر:** هناك أنواع مختلفة من هطل المطر، تتشكل في ظروف مختلفة. اكتب العبارات الشرطية الثلاث الآتية على صورة (إذا... فإن...).

a) يتكاثف بخار الماء في الغلاف الجوي فيسقط على شكل مطر.

الحل: إذا تكاثف بخار الماء في الغلاف الجوي، فإنه يسقط على شكل مطر.

---

b) يتجمد بخار الماء الشديد البرودة في الغيوم الركامية فيسقط على شكل بَرَد.

الحل: إذا تجمد بخار الماء الشديد البرودة في الغيوم الركامية فإنه يسقط على شكل بَرَد.

---

c) يكون الهطل على شكل ثلج، عندما تكون درجة الحرارة متدنيةً جدًّا إلى حدِّ التجمد في الغلاف الجوي.

الحل: إذا كانت درجة الحرارة متدنية جداً إلى حد التجمد في الغلاف الجوي، فإن الهطل يكون على شكل ثلج.

المثال 3

حدِّد قيمة الصواب لكلِّ عبارة شرطية فيما يأتي، وإذا كانت العبارة صائبة، ففسِّر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة، فأعط مثالًا مضادًّا.

10) إذا كان $x^2 = 16$، فإن $x = 4$

الحل: خاطئة. مثال مضاد: إذا كانت $x = -4$ فإن $(-4)^2 = 16$. وبما أننا استطعنا إيجاد مثال مضاد فالعبارة الشرطية خاطئة.

---

11) إذا كنت تعيش في الرياض، فإنك تعيش في الكويت.

الحل: خاطئة. مثال مضاد: أنا أعيش في الرياض لكنني لا أعيش في الكويت (لأن الرياض لا تقع في الكويت).

وبما أننا استطعنا إيجاد مثال مضاد فالعبارة الشرطية خاطئة.

---

12) إذا كان يوم غد هو الجمعة، فإن اليوم هو الخميس.

الحل: صائبة. الجمعة هو اليوم الذي يلي يوم الخميس، إذاً كلما كان الفرض (يوم غد هو الجمعة) صائباً، فإن النتيجة (اليوم هو الخميس) تكون صائبة أيضاً، وعليه فإن العبارة الشرطية صائبة.

---

13) إذا كان للحيوان قرنان، فإنه كبش.

الحل: خاطئة. مثال مضاد: الحيوان ثور له قرنان. وبما أننا استطعنا إيجاد مثال مضاد فالعبارة الشرطية خاطئة.

14) إذا كان قياس الزاوية القائمة 95°، فإن النحلة تكون سحلية.

الحل: صائبة. الفرض خاطئ لأن قياس الزاوية القائمة 90°، وعندما يكون الفرض خاطئاً فإن العبارة الشرطية تكون صائبة.

المثال 4 أوجد قيم الصواب لكل عبارتين فيما يأتي، ثم قرِّر هل هما مكافئتان منطقيًّا أم لا؟

15) $\sim p \wedge q,\ \sim(p \wedge q)$

الحل:

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \wedge q$
T	T	F	T	**F**	**F**
T	F	F	F	**T**	**F**
F	T	T	F	**T**	**T**
F	F	T	F	**T**	**F**

$\sim(p \wedge q)$ و $\sim p \wedge q$ غير متكافئتين منطقياً.

---

16) $\sim p \vee \sim q,\ \sim(p \vee q)$

الحل:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	F	F	T	**F**	**F**
T	F	F	T	T	**F**	**T**
F	T	T	F	T	**F**	**T**
F	F	T	T	F	**T**	**T**

$\sim(p \vee q)$ و $\sim p \vee \sim q$ غير متكافئتين منطقياً.

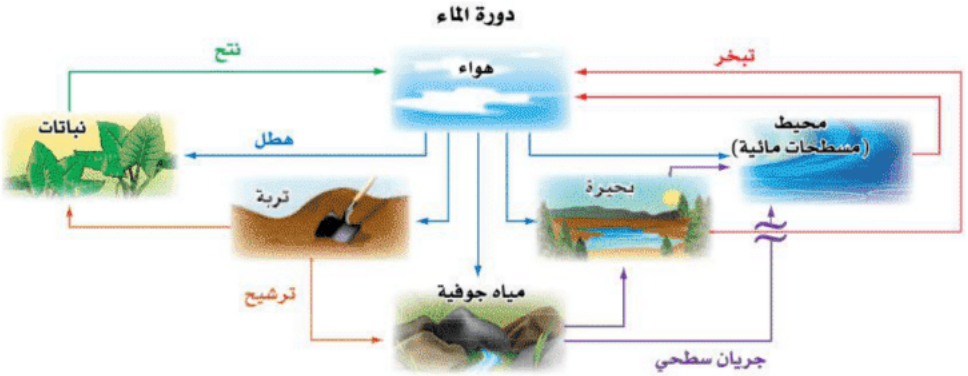
28) **كيمياء:** اكتب العبارة الآتية على صورة (إذا... فإن...).

ينصهر الفوسفور عند درجة 44 سيليزية.

الحل: إذا كانت المادة فسفور، فإنها تنصهر عند درجة 44° سيليزية.

---

29) **أحياء:** يتغير الماء على الأرض باستمرار عبر عملية تُسمّى دورة الماء. اكتب العبارات الشرطية الثلاث أدنى الشكل على صورة (إذا... فإن...).



a) جريان الماء السطحي يصب في المسطحات المائية.

الحل: إذا جرى الماء على سطح الأرض، فإنه يصب في المسطحات المائية.

---

b) تعيد النباتات الماء إلى الهواء من خلال عملية النتح.

الحل: إذا أعادت النباتات الماء إلى الهواء، فإن ذلك يتم عن طريق عملية النتح.

---

c) تعيد المسطحات المائية الماء إلى الهواء عن طريق التبخر.

الحل: إذا أعادت المسطحات المائية الماء إلى الهواء، فإن ذلك يتم عن طريق عملية التبخر.

المثال 3

حدد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي. وإذا كانت صائبة، ففسِّر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة فأعط مثالًا مضادًّا:

30) إذا كان العدد فرديًّا، فإنه يقبل القسمة على 5

الحل: **خاطئة. مثال مضاد:** العدد 9 فردي، ولكنه لا يقبل القسمة على 5. وبما أننا استطعنا إيجاد مثال مضاد فالعبارة الشرطية خاطئة.

31) إذا كان الأرنب حيوانًا برمائيًّا، فإن هذا الفصل هو فصل الصيف.

الحل: صائبة. الفرض خاطئ لأن الأرنب ليس حيواناً برمائياً، وعندما يكون الفرض خاطئاً فإن العبارة الشرطية تكون صائبة.

---

32) إذا كانت جدة في اليمن، فإن صنعاء هي عاصمة المملكة العربية السعودية.

الحل: صائبة. الفرض خاطئ لأن جدة لا تقع في اليمن، وعندما يكون الفرض خاطئاً فإن العبارة الشرطية تكون صائبة.

---

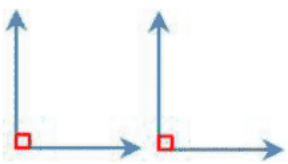
33) إذا نتج اللون الأبيض عن مزج اللونين الأزرق والأحمر، فإن $3-2=0$

الحل: صائبة. الفرض خاطئ لأن مزج اللونين الأزرق والأحمر ينتج اللون البنفسجي، وعندما يكون الفرض خاطئاً فإن العبارة الشرطية تكون صائبة.

---

34) إذا كانت الزاويتان متطابقتين، فإنهما متقابلتان بالرأس.

الحل: خاطئة. **مثال مضاد:** الزاويتان المبينتان بالشكل متطابقتان، إلا أنهما غير متقابلتين بالرأس. وبما أننا استطعنا إيجاد مثال مضاد فالعبارة الشرطية خاطئة.



---

35) إذا كان الحيوان طائرًا، فإنه يكون نسرًا.

الحل: خاطئة. **مثال مضاد:** يمكن أم يكون الحيوان الطائر صقراً. وبما أننا استطعنا إيجاد مثال مضاد فالعبارة الشرطية خاطئة.

---

36) إذا كان الموز أزرق، فإن التفاح من الخضراوات.

الحل: صائبة. الفرض خاطئ لأن لون الموز لا يمكن أن يكون أزرق، وعندما يكون الفرض خاطئاً فإن العبارة الشرطية تكون صائبة.

طبيعة : استعمل العبارة أدناه لكتابة كلٍّ من العبارات الشرطية الآتية، ثم استعمل معلومات الربط مع الحياة لتحديد قيمة الصواب لكلٍّ منها، وإذا كانت أيٌّ منها خاطئة، فأعط مثالًا مضادًّا.

"الحيوان الذي تظهر على جسمه خطوط هو الحمار الوحشي".

37) عبارة شرطية

الحل:

العبارة الشرطية: أعد كتابة العبارة على صورة (إذا... فإن...): إذا ظهرت على جسم الحيوان خطوط، فإنه يكون حماراً وحشياً. **خاطئة**، مثال مضاد: ظباء الدكدك على أجسامها خطوط.

---

38) عكس العبارة الشرطية

الحل:

عكس العبارة الشرطية: إذا كان الحيوان حماراً وحشياً، فإنه تظهر على جسمه خطوط. **صائبة**.

---

39) معكوس العبارة الشرطية

الحل:

معكوس العبارة الشرطية: إذا لم تظهر على جسم الحيوان خطوط، فإنه ليس حماراً وحشياً. **صائبة**.

---

40) المعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية

الحل:

المعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية: إذا لم يكن الحيوان حماراً وحشياً، فلا تظهر على جسمه خطوط. **خاطئة**، مثال مضاد: ظباء الدكدك تظهر عليها خطوط وهي ليست حماراً وحشياً.

المثال 4 أوجد قيم الصواب لكل عبارتين فيما يأتي، ثم قرِّر هل هما متكافئتان منطقيًّا أم لا؟

41) $\sim(p\rightarrow q)\,,\ \sim p\rightarrow\sim q$

الحل:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p\rightarrow q$	$\sim(p\rightarrow q)$	$\sim p\rightarrow\sim q$
T	T	F	F	T	**F**	**T**
T	F	F	T	F	**T**	**T**
F	T	T	F	T	**F**	**F**
F	F	T	T	T	**F**	**T**

$\sim p\rightarrow\sim q$ و $\sim(p\rightarrow q)$ غير متكافئتين منطقياً.

(42) $\sim(p\rightarrow q)\,,\sim(\sim q\rightarrow\sim p)$

الحل:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p\rightarrow q$	$\sim(p\rightarrow q)$	$\sim q\rightarrow\sim p$	$\sim(\sim q\rightarrow\sim p)$
T	T	F	F	T	**F**	T	**F**
T	F	F	T	F	**T**	F	**T**
F	T	T	F	T	**F**	T	**F**
F	F	T	T	T	**F**	T	**F**

$\sim(\sim q\rightarrow\sim p)$ و $\sim(p\rightarrow q)$ متكافئتين منطقياً.

---

(43) $(p\wedge q)\vee r\,,p\wedge(q\vee r)$

الحل:

p	q	r	$p\wedge q$	$q\vee r$	$(p\wedge q)\vee r$	$p\wedge(q\vee r)$
T	T	T	T	T	**T**	**T**
T	T	F	T	T	**T**	**T**
T	F	T	F	T	**T**	**T**
T	F	F	F	F	**F**	**F**
F	T	T	F	T	**T**	**F**
F	T	F	F	T	**F**	**F**
F	F	T	F	T	**T**	**F**
F	F	F	F	F	**F**	**F**

$p\wedge(q\vee r)$ و $(p\wedge q)\vee r$ غير متكافئتين منطقياً.

المثال 5

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكلٍّ من العبارات الشرطية الآتية، ثم حدِّد ما إذا كان أيٌّ منها صائبًا أم خاطئًا. وإذا كان خاطئًا، فأعط مثالًا مضادًّا.

44) إذا كنت تعيش في الدمام، فإنك تعيش في المملكة العربية السعودية.

الحل:

العبارة الشرطية: إذا كنت تعيش في الدمام، فإنك تعيش في المملكة العربية السعودية.

العكس: إذا كنت تعيش في المملكة العربية السعودية، فإنك تعيش في الدمام. **خاطئة**، مثال مضاد: يمكن أن تكون في الرياض.

المعكوس: إذا لم تكن تعيش في الدمام، فإنك لا تعيش في المملكة العربية السعودية. **خاطئة**، مثال مضاد: يمكن أن تعيش في الرياض.

المعاكس الإيجابي: إذا لم تكن تعيش في المملكة العربية السعودية، فإنك لا تعيش في الدمام. **صائبة**.

---

45) إذا كان الطائر نعامة، فإنه لا يستطيع أن يطير.

الحل:

العبارة الشرطية: إذا كان الطائر نعامة، فإنه لا يستطيع أن يطير.

العكس: إذا كان الطائر لا يستطيع الطيران، فإنه نعامة. **خاطئة**، مثال مضاد: يمكن أن يكون الطائر بطريق.

المعكوس: إذا لم يكن الطائر نعامة، فإنه يستطيع الطيران. **خاطئة**، مثال مضاد: يمكن أن يكون الطائر بطريق.

المعاكس الإيجابي: إذا استطاع الطائر الطيران، فإنه لا يكون نعامة. **صائبة**.

---

46) جميع المربعات مستطيلات.

الحل:

العبارة الشرطية: إذا كان الشكل مربع فإنه مستطيل.

العكس: إذا كان الشكل مستطيل فإنه مربع. **خاطئة**، مثال مضاد: قد لا تكون جميع أضلاع المستطيل متطابقة كما هو مبين بالشكل:

المعكوس: إذا لم يكون الشكل مربع، فإنه لا يكون مستطيل. **خاطئة**، مثال مضاد: يمكن أن يكون الشكل مستطيل حتى لو لم يكن مربعاً كما هو مبين بالشكل:

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الشكل مستطيل، فلا يمكن أن يكون مربع. **صائبة**.

47) جميع القطع المستقيمة المتطابقة لها الطول نفسه.

الحل:

العبارة الشرطية: إذا كانت القطع المستقيمة متطابقة، فإن لها الطول نفسه.

العكس: إذا كان للقطع المستقيمة الطول نفسه، فإنها تكون متطابقة. **صائبة.**

المعكوس: إذا لم تكن القطع المستقيمة متطابقة فإن لا يكون لها الطول نفسه. **صائبة.**

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن للقطع المستقيمة الطول نفسه، فإنها لا تكون متطابقة. **صائبة.**

---

48) المثلث القائم الزاوية يحوي زاوية قياسها 90°

الحل:

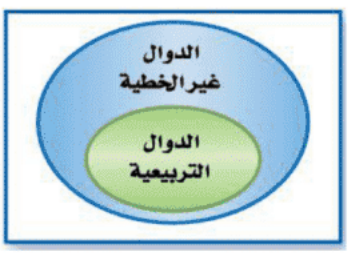
العبارة الشرطية: إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإنه يحوي زاوية قياسها 90°.

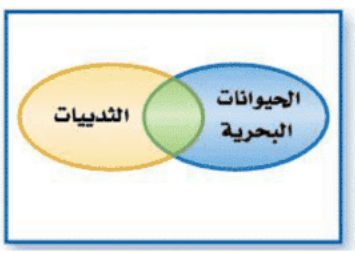
العكس: إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث 90°، فإن المثلث قائم الزاوية. **صائبة.**

المعكوس: إذا لم يكن المثلث قائم الزاوية، فإنه لا يحوي زاوية قياسها 90°. **صائبة.**

المعاكس الإيجابي: إذا كان المثلث لا يحوي زاوية قياسها 90°، فإنه لا يكون مثلث قائم الزاوية. **صائبة.**

استعمل أشكال فن أدناه؛ لتحديد قيمة الصواب لكلٍّ من العبارات الشرطية الآتية. وفسِّر تبريرك.





49) إذا كانت الدالة غير خطية، فإنها تكون دالة تربيعية.

الحل: خاطئة، المنطقة الزرقاء في شكل فن تحتوي الدوال غير الخطية وغير التربيعية.

---

50) إذا كان الحيوان من الثدييات، فإنه لا يكون حيوانًا بحريًّا.

الحل: خاطئة، تحتوي المنطقة الخضراء في شكل فن حيوانات ثديية وبحرية في الوقت نفسه.

---

51) إذا كانت الشجرة متساقطة الأوراق، فإنها لا تكون دائمة الخضرة.

الحل: صائبة، لا يوجد منطقة مشتركة بين المنطقتين اللتين تمثلان الأشجار المتساقطة الأوراق والأشجار الدائمة الخضرة.

56) **تحدٍّ:** تجد أدناه معكوس العبارة الشرطية A اكتب العبارة الشرطية A وعكسها ومعاكسها الإيجابي. فسّر تبريرك.

"إذا لم تدرك تكبيرة الإحرام مع الإمام، فإنك ذهبت إلى المسجد متأخرًا."

الحل:

الفرض للمعكوس هو $\sim p$: لم تدرك تكبيرة الإحرام مع الإمام.

النتيجة للمعكوس هي $\sim q$: ذهبت إلى المسجد متأخراً.

العبارة الشرطية A هي $p \rightarrow q$: إذا كنت قد أدركت تكبيرة الإحرام مع الإمام، فإنك ذهبت إلى المسجد مبكراً.

عكس العبارة الشرطية A هي $q \rightarrow p$: إذا ذهبت إلى المسجد مبكراً، فإنك ستدرك تكبيرة الإحرام مع الإمام.

المعاكس الإيجابي للعبارة A هو $\sim q \rightarrow \sim p$: إذا لم تذهب إلى المسجد مبكراً، فإنك لن تدرك تكبيرة الإحرام مع الإمام.

---

57) **اكتب:** صِفِ العلاقة بين العبارة الشرطية وعكسها ومعكوسها ومعاكسها الإيجابي.

الحل:

العبارة الشرطية والمعاكس الإيجابي لأي عبارة شرطية متكافئين منطقياً، أي لهما قيم الصواب نفسها.

وكذلك العكس والمعكوس للعبارة الشرطية متكافئان منطقياً، أي لهما قيم الصواب نفسها.

تدريب على اختبار

رقم الصفحة في الكتاب 34

58) إذا كان مجموع قياسَي زاويتين يساوي 90° فإنهما متتامتان.
أيُّ العبارات الآتية هي عكس العبارة الشرطية أعلاه؟

A إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما 90°

B إذا كانت الزاويتان غير متتامتين، فإن مجموع قياسيهما 90°

C إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما لا يساوي 90°

D إذا كانت الزاويتان غير متتامتين، فإن مجموع قياسيهما لا يساوي 90°

الحل: الإجابة الصحيحة **A**

62) $\sim p \wedge q$

الحل:

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
T	T	F	**F**
T	F	F	**F**
F	T	T	**T**
F	F	T	**F**

---

63) $\sim p \wedge \sim q$

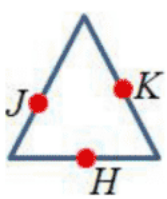
الحل:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	F	F	**F**
T	F	F	T	**F**
F	T	T	F	**F**
F	F	T	T	**T**

اكتب تخمينًا معتمدًا على المعلومات المعطاة في كلٍّ مما يأتي. وارسم شكلًا يوضح تخمينك (الدرس 1-1)

64) تقع النقاط J, H, K على أضلاع مختلفة لمثلث.

الحل:

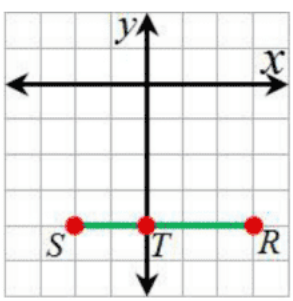


التخمين: النقاط J, H, K ليست على استقامة واحدة.

---

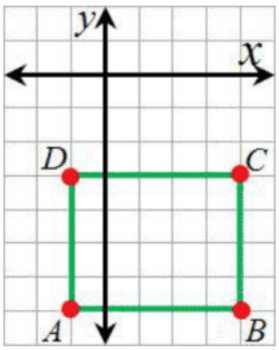
65) $R(3, -4), S(-2, -4), T(0, -4)$.

الحل:



التخمين: النقاط R, S, T تقع على استقامة واحدة.

66 $A(-1, -7), B(4, -7), C(4, -3), D(-1, -3)$



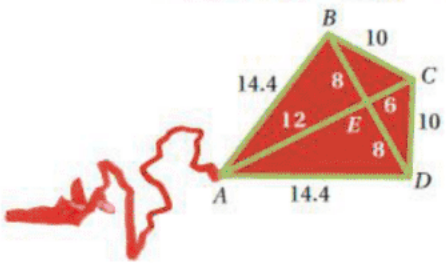
الحل:

التخمين: $ABCD$ مستطيل.

---

67 **طائرة ورقية:** تصنع الطائرات الورقية بشكل يشبه الماسة؛ لذلك تسمى الطائرة الماسية.

سمّ جميع القطع المستقيمة المتطابقة في الشكل المجاور. (مهارة سابقة)



الحل:

$\overline{BC} \cong \overline{CD}$

$\overline{BE} \cong \overline{ED}$

$\overline{AB} \cong \overline{AD}$

استعد للدرس اللاحق

رقم الصفحة في الكتاب 35

جبر: حدِّد العملية التي استعملتها لتحويل المعادلة (1) إلى المعادلة (2) في كلٍّ مما يأتي.

68 $8(y - 11) = 32$ **(1)**

$y - 11 = 4$ **(2)**

الحل: قسمة كلا الطرفين على 8.

---

69 $x + 9 = 4 - 3x$ **(1)**

$4x + 9 = 4$ **(2)**

الحل: إضافة $3x$ لكلا الطرفين.

---

70 $\frac{1}{3}m = 2$ **(1)**

$m = 6$ **(2)**

الحل: ضرب كلا الطرفين في 3.

4) $|2x| = 4$ إذا وفقط إذا كان $x = 2$

الحل:

العبارة الشرطية: إذا كان $x = 2$، فإن $|2x| = 4$. **صائبة**.

العكس: إذا كان $|2x| = 4$، فإن $x = 2$. **خاطئة**.، مثال مضاد: إذا كان $x = -2$ ، فإن $|2x| = 4$.

عكس العبارة الشرطية خاطئ، إذاً **العبارة الشرطية الثنائية خاطئة**.

رقم الصفحة في الكتاب
37

4 - 1 التبرير الاستنتاجي
Deductive Reasoning

تحقق من فهمك

حدِّد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الاستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كلٍّ مما يأتي:

1A) يُجري طالب مرحلة ابتدائية تجربة دمج الألوان في المختبر، فقام بثلاث محاولات للحصول على درجة معينة من اللون الرمادي، فاكتشف أنه كلما زادت كمية اللون الأسود كانت درجة اللون الرمادي أغمق.

الحل:

اعتمد الطالب على المشاهدات للتوصل إلى النتيجة، فهو بذلك استعمل **التبرير الاستقرائي**.

1B) دُعي خالدٌ إلى حفل عشاء، وقد حضر جميع المدعوين الحفل؛ إذن فقد حضر خالد الحفل.

الحل:

النتيجة قائمة على **التبرير الاستنتاجي**.

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كان الاستنتاج صائبًا في كلٍّ مما يأتي أم لا اعتمادًا على المعطيات. فسّر تبريرك.

2A) **المعطيات:**
- إذا كانت ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، فإنها تحدد مستوى.
- النقاط A, B, C تقع في المستوى G.

الاستنتاج: النقاط A, B, C لا تقع على استقامة واحدة.

الحل:

الاستنتاج **غير صائب**، قد تقع النقاط A, B, C في المستوى G وتكون على استقامة واحدة.

شرح الحل:

الخطوة 1: حدد الفرض p والنتيجة q للعبارة الشرطية الصائبة.

p: ثلاثة نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

q: هذه النقاط تحدد مستوى.

الخطوة 2: حلل النتيجة.

العبارة المعطاة "النقاط A, B, C تقع في المستوى$\mathcal{G}$" تحقق النتيجة q للعبارة الشرطية الصائبة. لكن كون العبارة الشرطية صائبة، ونتيجتها صائبة أيضاً، لا يعني صواب الفرض، **فقد تقع النقاط A, B, C في المستوى$\mathcal{G}$ وتكون على استقامة واحدة. وبذلك تكون النتيجة خاطئة.**

2B) **المعطيات:** • إذا أحضر الطالب موافقة من ولي أمره، فإنه يمكنه الذهاب في الرحلة المدرسية.

• أحضر سلمان موافقة من ولي أمره.

الاستنتاج: يمكن أن يذهب سلمان في الرحلة المدرسية.

الحل:

الاستنتاج **صائب**، قانون الفصل المنطقي.

شرح الحل:

الخطوة 1: حدد الفرض p والنتيجة q للعبارة الشرطية الصائبة.

p: أحضر الطالب موافقة من ولي أمره.

q: يمكن أن يذهب في الرحلة المدرسية.

الخطوة 2: حلل النتيجة.

العبارة المعطاة "أحضر سلمان موافقة من ولي أمره" تحقق الفرض. إذاً p عبارة صائبة. وبتطبيق قانون الفصل المنطقي، تكون العبارة "يمكن أن يذهب سلمان في الرحلة المدرسية" التي تمثل q نتيجة صائبة.

تحقق من فهمك

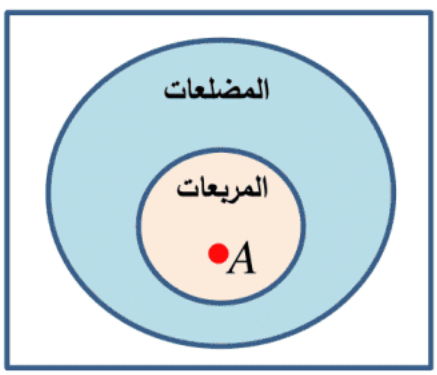
3) **المعطيات:** • إذا كان الشكل مربعًا، فإنه مضلع.

• الشكل A مربع.

الاستنتاج: الشكل A مضلع.

الحل:

الاستنتاج **صائب**، يقع الشكل A في دائرة المربعات التي تقع داخل دائرة المضلعات، لذا تكون النتيجة صائبة.



تحقق من فهمك

4) أيُّ العبارات الآتية تنتج منطقيًّا عن العبارتين الآتيتين؟

(1) إذا لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم، فسوف تكون مرهقًا.

(2) إذا كنت مرهقًا، فلن يكون أداؤك في الاختبار جيدًا.

A إذا كنت مرهقًا، إذن أنت لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم.

B إذا لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم، فلن يكون أداؤك في الاختبار جيدًا.

C إذا لم يكن أداؤك في الاختبار جيدًا، فإنك لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم.

D لا توجد نتيجة صائبة.

الحل:

الإجابة الصحيحة هي **B**: **إذا لم تأخذ قسطاً كافياً من النوم، فلن يكون أداؤك في الاختبار جيداً.**

شرح الحل:

افترض أن p, q, r تمثل أجزاء العبارتين الشرطيتين المعلومتين.

p : لم تأخذ قسطاً كافياً من النوم.

q : تكون مرهقاً.

r : لن يكون أداؤك في الاختبار جيداً.

العبارة الأولى: $p \rightarrow q$

العبارة الثانية: $q \rightarrow r$

يمكن اعتبار كل من العبارتين الشرطيتين صائبة، وبما أن نتيجة العبارة الشرطية الأولى فرضاً للعبارة الشرطية الثانية، فإنه يمكن استعمال قانون القياس المنطقي. لذلك تكون B هي الإجابة الصائبة.

تحقق من فهمك

5) **المعطيات:**

- إذا كانت القطعتان المستقيمتان متطابقتين فإن طوليهما متساويان
- M نقطة منتصف $\overline{AB}$.

الحل:

بتطبيق **قانون الفصل المنطقي** تكون $AM = MB$ نتيجة صائبة.

تأكـد

رقم الصفحة في الكتاب 41

المثال 1 **حدِّد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الاستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كلٍّ ممَّا يأتي:**

1) جميع الطلاب الذين تم تكريمهم معدلهم العام يزيد على 95% . محمد من الطلاب الذين تم تكريمهم؛ إذن معدل محمد العام يزيد على 95% .

الحل:

النتيجة قائمة على **التبرير الاستنتاجي**.

---

2) لاحظ خالد أن جاره يسقي أشجار حديقته كل يوم جمعة. واليوم هو الجمعة، فاستنتج أن جاره سوف يسقي أشجار حديقته اليوم.

الحل:

النتيجة قائمة على **التبرير الاستقرائي**.

المثال 2 **حدد ما إذا كان الاستنتاج صائبًا أم لا فيما يأتي اعتمادًا على المعطيات. فسِّر تبريرك.**

3) **المعطيات:** • إذا كان العدد يقبل القسمة على 4، فإنه يقبل القسمة على 2 .

• العدد 12 يقبل القسمة على 4.

الاستنتاج: العدد 12 يقبل القسمة على 2.

الحل:

الاستنتاج **صائب**، قانون الفصل المنطقي.

شرح الحل:

الخطوة 1: حدد الفرض p والنتيجة q للعبارة الشرطية الصائبة.

p: العدد يقبل القسمة على 4.

q: العدد يقبل القسمة على 2.

الخطوة 2: حلل النتيجة.

العبارة المعطاة "العدد 12 يقبل القسمة على 4" تحقق الفرض. إذاً p عبارة صائبة. وبتطبيق قانون الفصل المنطقي، تكون العبارة "العدد 2 يقبل القسمة على 2" التي تمثل q نتيجة صائبة.

4) **المعطيات:** • إذا ذهب فيصل إلى النوم متأخرًا، فسوف يكون مرهقًا في اليوم التالي.

• فيصل مرهق.

الاستنتاج: ذهب فيصل إلى النوم متأخرًا.

الحل:

الاستنتاج **غير صائب**، قد يكون فيصل مرهقاً بسبب تمرين رياضي شاق.

شرح الحل:

الخطوة 1: حدد الفرض p والنتيجة q للعبارة الشرطية الصائبة.

p: ذهب فيصل إلى النوم متأخراً.

q: فيصل مرهق

الخطوة 2: حلل النتيجة.

العبارة المعطاة "فيصل مرهق" تحقق النتيجة q للعبارة الشرطية الصائبة. لكن كون العبارة الشرطية صائبة، ونتيجتها صائبة أيضاً، لا يعني صواب الفرض، **فقد يكون فيصل مرهقاً بسبب تمرين رياضي شاق. وبذلك تكون النتيجة خاطئة.**

المثال 3 حدد ما إذا كان الاستنتاج صائبًا أم لا فيما يأتي اعتمادًا على المعطيات.
فسر تبريرك باستعمال أشكال فن.

5) **المعطيات:** • إذا كان الشاطئ عامًّا، فإنه لا يوجد فيه منقذون.

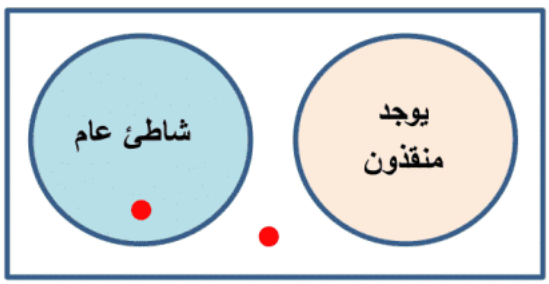
• الشاطئ الجنوبي لا يوجد فيه منقذون.

الاستنتاج: الشاطئ الجنوبي عام.

الحل:

الاستنتاج **غير صائب**، يمكن أن يكون الشاطئ الجنوبي داخل الدائرة التي تمثل الشاطئ العام أو خارجها.

الشواطئ



6) **المعطيات:** • إذا اجتاز الطلاب اختبار القبول، فسوف يُقبَلون في الكلية.

• اجتاز عبدالله اختبار القبول.

الاستنتاج: سيُقبَل عبدالله في الكلية.

الحل:

الاستنتاج **صائب**، يقع عبدالله ضمن مجموعة الطلاب الذين اجتازوا اختبار القبول، وتقع هذه الدائرة داخل الدائرة التي تمثل الطلاب الذين قبلوا في الكلية، لذا سيقبل عبدالله في الكلية.

المثال 4

7) **اختيار من متعدد:** أيُّ العبارات الآتية تنتج منطقيًّا عن العبارتين (1)، (2)؟

(1) إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإن قياس إحدى زواياه $90°$

(2) إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث $90°$، فإن زاويتيه الحادتين تكونان متتامتين.

A إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإنه يحوي زاوية قياسها $90°$.

B إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث $90°$، فإن زاويتيه الحادتين لا تكونان متتامتين.

C إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإن زاويتيه الحادتين متتامتان.

D إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث $90°$، فإنه لا يكون مثلثًا قائم الزاوية.

الحل:

الإجابة الصحيحة هي **C: إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإن زاويتيه الحادتين متتامتان.**

شرح الحل:

افترض أن p, q, r تمثل أجزاء العبارتين الشرطيتين المعلومتين.

p : المثلث قائم الزاوية.

q : قياس إحدى زواياه $90°$.

r : زاويتيه الحادتين متتامتان.

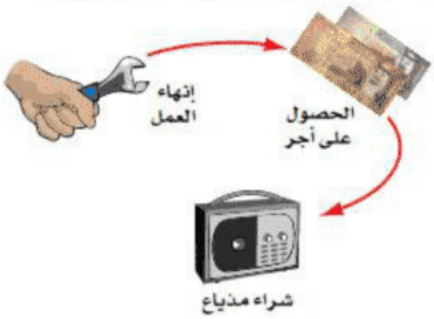
العبارة الأولى: $p \rightarrow q$

العبارة الثانية: $q \rightarrow r$

يمكن اعتبار كل من العبارتين الشرطيتين صائبة، وبما أن نتيجة العبارة الشرطية الأولى فرضاً للعبارة الشرطية الثانية، فإنه يمكن استعمال قانون القياس المنطقي. لذلك تكون C هي الإجابة الصائبة.

المثال 5

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صائبة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. إذا تعذر الحصول على نتيجة صائبة، فاكتب "لا نتيجة صائبة". فسِّر تبريرك.



8) المعطيات: • إذا أنهى وليد عمله، فإنه سيحصل على أجر.

• إذا حصل وليد على أجر، فإنه سيشتري مذياعًا.

الحل:

إذا أنهى وليد عمله، فسوف يشتري مذياعاً. **قانون القياس المنطقي.**

---

9) المعطيات: الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان.

$\angle 1 \cong \angle 2$

الحل:

لا نتيجة صائبة. قد تكون $\angle 2$, $\angle 1$ متطابقتين ولكنهما غير متقابلتين بالرأس.

تدرب وحل المسائل

رقم الصفحة في الكتاب 42

المثال 1 **حدِّد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الاستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كلٍّ ممَّا يأتي:**

10) تنصُّ التعليمات المدرسية على أنه إذا تأخرت الطالبة عن المدرسة خمس مرات، فسوف تُعطى تنبيهًا. تأخرت فاطمة خمس مرات عن المدرسة؛ لذلك سوف تُعطى تنبيهًا.

الحل:

النتيجة قائمة على **التبرير الاستنتاجي.**

---

11) لاحظ طبيب الأسنان أن فهدًا يأتي في موعده المحدد، إذن سوف يأتي فهد في الموعد المحدد للزيارة القادمة.

الحل:

النتيجة قائمة على **التبرير الاستقرائي.**

---

12) إذا قرّر سعد الذهاب إلى الحفل، فلن يحضر تدريب كرة القدم هذه الليلة. ذهب سعد إلى الحفل. ولذلك لم يحضر سعد تدريب كرة القدم.

الحل: النتيجة قائمة على **التبرير الاستنتاجي.**

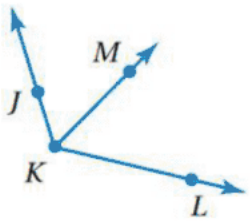
الخطوة 2: حلل النتيجة.

العبارة المعطاة "الشكل $ABCD$ له أربع زوايا قائمة" تحقق النتيجة q للعبارة الشرطية الصائبة. لكن كون العبارة الشرطية صائبة، ونتيجتها صائبة أيضاً، لا يعني صواب الفرض، **فقد يكون الشكل مستطيلاً. وبذلك تكون النتيجة خاطئة.**

---

16) المعطيات: منصف الزاوية يقسمها إلى زاويتين متطابقتين.

$\overrightarrow{KM}$ منصف لِـ $\angle JKL$.



الاستنتاج: $\angle JKM \cong \angle MKL$.

الحل:

الاستنتاج **صائب**، قانون الفصل المنطقي.

شرح الحل:

الخطوة 1: حدد الفرض p والنتيجة q للعبارة الشرطية الصائبة.

p: وجود منصف للزاوية.

q: يقسمها إلى زاويتين متطابقتين.

الخطوة 2: حلل النتيجة.

العبارة المعطاة " $\overrightarrow{KM}$ منصف لـ $\angle JKL$ " تحقق الفرض. إذاً p عبارة صائبة. وبتطبيق قانون الفصل المنطقي، تكون العبارة " $\angle JKM \cong \angle MKL$ " التي تمثل q نتيجة صائبة.

---

17) المعطيات: إذا بِيعَت 75% من تذاكر الحفل قبل يوم الأربعاء، فسيُقام في قاعة المدينة.

بِيعَت 75% من تذاكر الحفل قبل يوم الأربعاء.

الاستنتاج: سيُقام الحفل في قاعة المدينة.

الحل:

الاستنتاج **صائب**، قانون الفصل المنطقي.

شرح الحل:

الخطوة 1: حدد الفرض p والنتيجة q للعبارة الشرطية الصائبة.

p: بيعت 75% من تذاكر الحفل قبل يوم الأربعاء.

q: سيقام الحفل في قاعة المدينة.

الخطوة 2: حلل النتيجة.

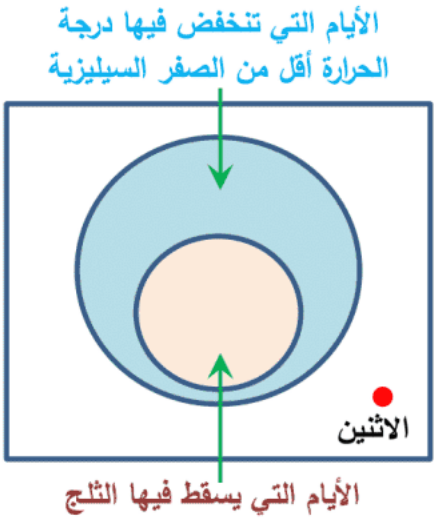
العبارة المعطاة " بيعت 75% من تذاكر الحفل قبل يوم الأربعاء" تحقق الفرض. إذاً p عبارة صائبة. وبتطبيق قانون الفصل المنطقي، تكون العبارة " سيقام الحفل في قاعة المدينة " التي تمثل q نتيجة صائبة.

المثال 3

حدِّد ما إذا كان الاستنتاج صائبًا أم لا فيما يأتي اعتمادًا على المعطيات. وفسّر تبريرك باستعمال أشكال ڤن.

18) المعطيات: إذا انخفضت درجة الحرارة إلى أقل من الصفر السيليزية، فمن المحتمل أن يسقط الثلج.
لم تنخفض درجة الحرارة عن الصفر السيليزية في يوم الإثنين.

الاستنتاج: لم يسقط الثلج يوم الإثنين.



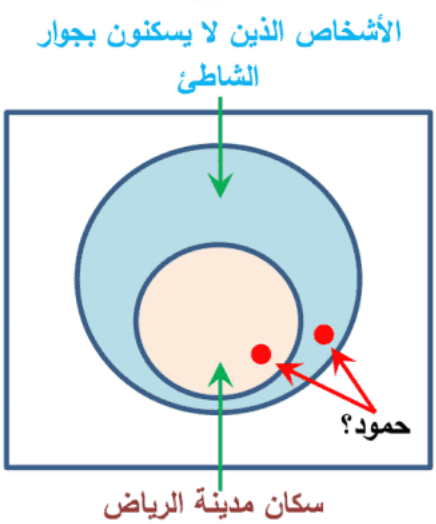
الحل:

الاستنتاج **صائب**، يقع يوم الاثنين خارج الأيام التي تنخفض فيها درجة الحرارة عن درجة الصفر السيليزية، إذاً لا يمكن أن يقع ضمن الأيام التي يسقط فيها الثلج، لذا فالاستنتاج صائب.

---

19) المعطيات: إذا كان الشخص يسكن مدينة الرياض، فإنه لا يسكن بجوار الشاطئ.
لا يسكن حمود بجوار الشاطئ.

الاستنتاج: يسكن حمود في مدينة الرياض.



الحل:

الاستنتاج **غير صائب**، يمكن أن يكون حمود ضمن الدائرة التي تمثل سكان مدينة الرياض أو ضمن الدائرة التي تمثل الأشخاص الذين لا يسكنون قرب الشاطئ، وخارج الدائرة التي تمثل سكان مدينة الرياض.

p : حصلت شيماء على معدل 98 فأكثر.

q : سيكتب اسم شيماء في لوحة الشرف

r : سيتم تكريمها.

العبارة الأولى: $p \rightarrow q$

العبارة الثانية: $q \rightarrow r$

يمكن اعتبار كل من العبارتين الشرطيتين صائبة، وبما أن نتيجة العبارة الشرطية الأولى فرضاً للعبارة الشرطية الثانية، فإنه يمكن استعمال قانون القياس المنطقي للحصول على النتيجة الصائبة: "إذا حصلت شيماء على معدل 98 فأكثر، فإنه سيتم تكريمها".

---

23) إذا تعامد مستقيمان في مستوى، فإنهما سيتقاطعان ويكوّنان زوايا قائمة.

المستقيمان r و s في نفس المستوى ويكوّنان زوايا قائمة.

الحل:

لا نتيجة صائبة. لأن نتيجة العبارة الشرطية الأولى ليست فرضاً للعبارة الشرطية الثانية.

---

24) إذا لم يكن المستقيمان في المستوى متوازيين، فإنهما يتقاطعان.

إذا تقاطع مستقيمان، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة.

الحل:

النتيجة الصائبة: إذا لم يكن المستقيمان في المستوى متوازيين، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة.

التبرير:

افترض أن p, q, r تمثل أجزاء العبارتين الشرطيتين المعلومتين.

p : لم يكن المستقيمان في المستوى متوازيين.

q : سيتقاطعان.

r : سيتقاطعان في نقطة واحدة.

العبارة الأولى: $p \rightarrow q$

العبارة الثانية: $q \rightarrow r$

يمكن اعتبار كل من العبارتين الشرطيتين صائبة، وبما أن نتيجة العبارة الشرطية الأولى فرضاً للعبارة الشرطية الثانية، فإنه يمكن استعمال قانون القياس المنطقي للحصول على النتيجة الصائبة: "إذا لم يكن المستقيمان في المستوى متوازيين، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة".

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي؛ لتحصل على نتيجة صائبة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته، وإذا تعذر الحصول على نتيجة صائبة، فاكتب "لا نتيجة صائبة"، وفسر تبريرك.

25) **المعطيات:** إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما يساوي 90°

$\angle 1$ و $\angle 2$ متتامتان.

الحل:

مجموع قياسي $\angle 1$ و $\angle 2$ يساوي 90°. **قانون الفصل المنطقي.**

---

26) **المعطيات:** المثقفون يحبون المطالعة.

إذا كنت تحب المطالعة، فأنت من زوار المكتبة العامة.

الحل:

إذا كنت مثقفاً فأنت من زوار المكتبة العامة. **قانون القياس المنطقي.**

---

27) **المعطيات:** إذا كنت رياضيًّا، فإنك تستمتع بالألعاب الرياضية.

إذا كنت تحب المنافسة، فإنك تستمتع بالألعاب الرياضية.

الحل:

لا نتيجة صائبة. لأن نتيجة العبارة الشرطية الأولى ليست فرضاً للعبارة الشرطية الثانية، وبالتالي لا يمكن استعمال قانون القياس المنطقي.

مسائل مهارات التفكير العليا

رقم الصفحة في الكتاب 43

28) **اكتب:** فسِّر لماذا لا يمكن استعمال قانون القياس المنطقي لاستنتاج نتيجة من العبارتين الشرطيتين الآتيتين:

إذا ارتديت قفازات الشتاء، فإنك ستشعر بدفءٍ في يديك.

إذا لم تكن يداك دافئتين، فإن قفازاتك رقيقة.

الحل:

لا يمكننا استعمال قانون القياس المنطقي، لأن الفرض في العبارة الشرطية الثانية هو نفي نتيجة العبارة الشرطية الأولى. وإذا ما أردنا أن نطبق قانون القياس المنطقي يجب أن تكون نتيجة العبارة الأولى هي الفرض في العبارة الشرطية الثانية.

29) تحدٍّ: استعمل الرمزين $\longrightarrow$ ،$\wedge$؛ لتمثيل كلٍّ من قانون الفصل المنطقي وقانون القياس المنطقي بالرموز. لتكن p هي الفرض، q هي النتيجة.

الحل:

قانون الفصل المنطقي:

$$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

قانون القياس المنطقي:

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

---

30) مسألة مفتوحة: اكتب عبارتين يمكن تطبيق قانون القياس المنطقي للحصول على نتيجة صائبة منهما، موضحًا تلك النتيجة.

الحل:

(1) إذا وصل الطالب للمرحلة الجامعية، فإنه اجتاز المرحلة الثانوية.

(2) إذا اجتاز الطالب المرحلة الثانوية، فإنه نجح بامتحانات الثانوية العامة.

النتيجة: إذا وصل الطالب للمرحلة الجامعية، فإنه نجح بامتحانات الثانوية العامة.

---

31) تحدٍّ: افترض أن كل المثلثات التي تحقق الخاصية B تُحقق نظرية فيثاغورس، فهل العبارة الآتية صائبة أم خاطئة؟ علّل إجابتك.

إذا لم يكن المثلث قائم الزاوية، فإنه لا يحقق الخاصية B.

الحل:

صائبة.

(1) إذا حقق المثلث الخاصية B فإنه يحقق نظرية فيثاغورس.

(2) وإذا حقق نظرية فيثاغورس فإنه قائم الزاوية.

وباستعمال قانون القياس المنطقي نستنتج العبارة الشرطية: إذا حقق المثلث الخاصية B، فإنه قائم الزاوية.

والمعاكس الإيجابي لهذه العبارة هو العبارة المعطاة في السؤال. وللمعاكس الإيجابي قيمة صواب العبارة الأصلية نفسها، وهي صحيحة.

32) اكتب: بيِّن أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين قانون القياس المنطقي وخاصية التعدي للمساواة.

الحل:

وجه الشبه:

وجه الشبه بين قانون القياس المنطقي وخاصية التعدي للمساواة أن كليهما يعتمدان على الربط بين ثلاث جمل أو قيم A, B, C بحيث يرتبط A و B وكذلك يرتبط B و C وتكون النتيجة ربطاً بين جملتين أو قيميتين هما A و C.

وجه الاختلاف:

وجه الاختلاف بينهما أن:

الرابط يكون في القياس المنطقي هو (العبارة الشرطية) أي:

$B \leftarrow A$ و $C \leftarrow B$ يؤدي إلى $C \leftarrow A$

أما الرابط في عبارة التعدي للمساواة فهو علاقة (=) أي:

إذا كانت $A = B$ و $B = C$ فإن $A = C$.

تدريب على اختبار

رقم الصفحة في الكتاب 44

33) بيِّن أيًّا من العبارات الآتية تنتج منطقيًّا عن العبارتين التاليتين.

إذا اشتريت وجبتين، فإنك ستحصل على علبة عصير مجانًا.

اشترى خليل وجبتين.

A اشترى خليل وجبة واحدة فقط.

B سيحصل خليل على وجبة مجانية.

C سيحصل خليل على علبتَي عصير مجانًا.

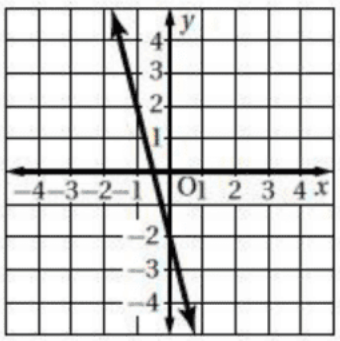
D حصل خليل على علبة عصير مجانًا.

الحل: الإجابة الصحيحة ***D***

شرح الحل:

النتيجة قائمة على **التبرير الاستنتاجي**.

34) ما ميل المستقيم الممثل بيانيًّا؟



A $\frac{1}{4}$

B $-\frac{1}{4}$

C 4

D -4

الحل: الإجابة الصحيحة ***D***

شرح الحل:

المستقيم يمر بالنقطتين $(0,-2)$, $(-1,2)$

صيغة الميل:

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-2-2}{0-(-1)}=\frac{-4}{1}=-4$$

مراجعة تراكمية

رقم الصفحة في الكتاب 44

تسويق: استعمل المعلومات الآتية في حل السؤالين 35, 36. (الدرس 3-1)

يستعمل مديرو التسويق عبارات مكتوبة على صورة (إذا ... فإن ...) لترويج سلعهم وخدماتهم.

يوجد إعلان في إحدى محلات صيانة الحواسيب جاء فيه:

"إذا كنت تبحث عن السرعة والأمان في حاسوبك، فعليك بمحل النجوم لصيانة الحواسيب".

35) اكتب عكس العبارة الشرطية.

الحل:

العكس: إذا زرت محل النجوم لصيانة الحواسيب، فإنك تبحث عن السرعة والأمان.

36) ما الرسالة التي يريد الإعلان إيصالها إلى الناس حول محل النجوم؟

الحل:

التميز في السرعة والأمان.

أنشئ جدول صواب لكلٍّ من العبارات المركبة الآتية: (الدرس 2-1)

37 a و b

الحل:

a	b	a و b
T	T	**T**
T	F	**F**
F	T	**F**
F	F	**F**

---

38 $p\sim$ أو $q\sim$

الحل:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p\sim$ أو $q\sim$
T	T	F	F	**F**
T	F	F	T	**T**
F	T	T	F	**T**
F	F	T	T	**T**

---

39 k و $m\sim$

الحل:

k	m	$\sim m$	k و $\sim m$
T	T	F	**F**
T	F	T	**T**
F	T	F	**F**
F	F	T	**F**

---

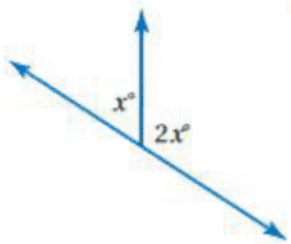
40 $y\sim$ أو z

الحل:

y	z	$\sim y$	$y\sim$ أو z
T	T	F	**T**
T	F	F	**F**
F	T	T	**T**
F	F	T	**T**

جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ من الأشكال الآتية: (مهارة سابقة)

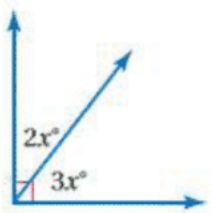
(41



الحل:

$x^\circ + 2x^\circ = 180^\circ$	زاويتين متكاملتين
$3x = 180$	اجمع
$x = 60$	اقسم الطرفين على 3

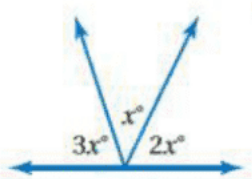
(42



الحل:

$2x^\circ + 3x^\circ = 90^\circ$	زاوية قائمة
$5x = 90$	اجمع
$x = 18$	اقسم الطرفين على 5

(43



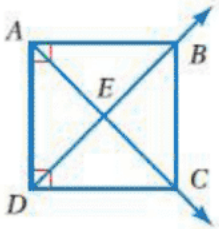
الحل:

$3x^\circ + x^\circ + 2x^\circ = 180^\circ$	مجموع الزوايا 180°
$6x = 180$	اجمع
$x = 30$	اقسم الطرفين على 6

استعد للدرس اللاحق

رقم الصفحة في الكتاب 44

هل يمكن افتراض صواب أيٍّ من العبارات الآتية اعتمادًا على الشكل المجاور؟ فسّر إجابتك:



44 $\angle DAB$ زاوية قائمة.

الحل:

نعم، الرمز ⌞ يشير إلى أن $\angle DAB$ قائمة.

---

45 $\angle AEB \cong \angle DEC$

الحل:

نعم، زاويتان متقابلتان بالرأس.

---

46 $\angle DAE \cong \angle ADE$

الحل:

لا، لا يوجد ما يدل على قياسي هاتين الزاويتين.

---

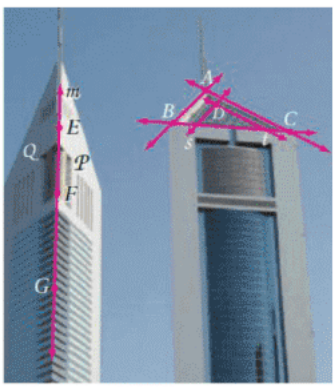
47 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$

الحل:

لا، لا نعلم شيئاً عن $m\angle ABC$.

رقم الصفحة في الكتاب
45

1-5 المسلمات والبراهين الحرة
Postulates and Paragraph Proofs



تحقق من فهمك

اذكر المسلّمة التي تبرر صحة كل عبارة مما يأتي:

1A) النقاط A, B, C تحدد مستوى.

الحل:

المسلمة 1.2 التي تنص على أن أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

حيث أن النقاط A, B, C تشكل الرؤوس الثلاثة للسقف، وهناك مستوى واحد فقط يمر بها.

1B) يتقاطع المستويان $\mathcal{P}$ و Q في المستقيم m.

الحل:

المسلمة 1.7 التي تنص على أنه إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكوّن مستقيماً.

حيث يتقاطع وجها البناية في الحافة التي تمثل المستقيم m، فيتقاطع المستويان P و Q اللذان يحويان وجهي البناية في المستقيم m.

تحقق من فهمك

حدِّد ما إذا كانت كل جملة مما يلي صائبة دائمًا أو صائبة أحيانًا أو غير صائبة أبدًا. فسّر تبريرك.

2A) المستقيمان المتقاطعان يحددان مستوى.

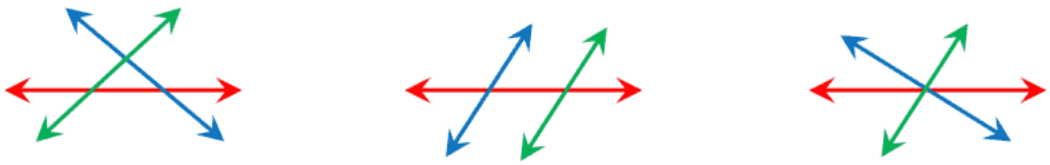
الحل:

صحيحة دائماً، على المستقيمين المتقاطعين هناك على الأقل ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة تحدد مستوى.

2B) تتقاطع ثلاثة مستقيمات في نقطتين.

الحل:

صحيحة أحياناً، يمكن أن تتقاطع ثلاثة مستقيمات في نقطة واحدة أو نقطتان أو 3 نقاط. كما يظهر في الأشكال أدناه.



نقطة واحدة | نقطتان | 3 نقاط

تحقق من فهمك

3) إذا علمت أن C تقع على $\overline{AB}$، حيث $\overline{AC} \cong \overline{CB}$، فاكتب برهانًا حرًّا لإثبات أن C هي نقطة منتصف $\overline{AB}$.

الحل:

المعطيات: C تقع بين A و B، $\overline{AC} \cong \overline{CB}$.

المطلوب: إثبات أن C هي نقطة منتصف $\overline{AB}$.

البرهان:

من المعطيات $\overline{AC} \cong \overline{CB}$، ومن تعريف القطع المستقيمة المتطابقة فإن طول $\overline{AC}$ يساوي طول $\overline{CB}$، ومن تعريف نقطة المنتصف فإن هي نقطة منتصف $\overline{AB}$.

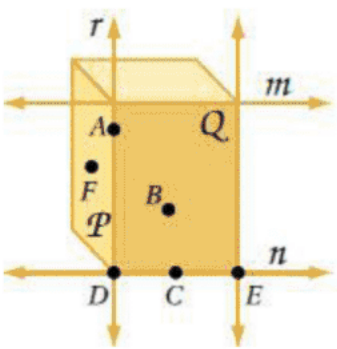
تأكـد

رقم الصفحة في الكتاب 48

المثال 1 اذكر المسلّمة التي تبرر صحة كل عبارة من العبارات الآتية:

1) المستويان $\mathcal{P}$ و Q يتقاطعان في المستقيم r.

الحل:



المسلمة 1.7 التي تنص على أنه إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكوّن مستقيماً.

حيث يشترك الوجهان الأمامي Q والأيسر P في الحرف الذي يمثل المستقيم r.

2) المستقيمان r و n يتقاطعان في النقطة D.

الحل:

المسلمة 1.6 التي تنص على أنه إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

حيث أن أحرف الشكل تمثل مستقيمات. المستقيمان r و n يتقاطعان في نقطة واحدة فقط هي النقطة D.

---

3) المستقيم n يحوي النقاط C, D, E.

الحل:

المسلمة 1.3 التي تنص على أن كل مستقيم يحوي نقطتين على الأقل.

حيث أن الحرف السفلي للشكل من الجهة الأمامية هو المستقيم n، والذي يحوي النقاط C, D, E.

---

4) المستوى $\mathcal{P}$ يحوي النقاط A, F, D.

الحل:

المسلمة 1.4 التي تنص على أن كل مستوى يحوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.

حيث أن الجانب الأيسر من الشكل هو المستوى Q يحوي النقاط A, F, D.

---

5) المستقيم n يقع في المستوى Q.

الحل:

المسلمة 1.5 التي تنص على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى، فإن المستقيم الوحيد المار بهما يقع كلياً في ذلك المستوى. حيث أن النقطتين E, D واقعتان على المستقيم n، وكذلك في المستوى Q.

---

6) المستقيم r هو المستقيم الوحيد الذي يمر بالنقطتين A و D.

الحل:

المسلمة 1.1 التي تنص على أن أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط. حيث أن المستقيم r يمر بالنقطتين A, D.

المثال 2

حدِّد ما إذا كانت كل جملة مما يلي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. وفسِّر تبريرك.

7) تتقاطع ثلاثة مستويات في مستقيم.

الحل:

صحيحة أحياناً، إذا تقاطع ثلاثة مستويات فيمكن أن يكون تقاطعها نقطة أو مستقيم.

---

8) المستقيم r يحوي النقطة P فقط.

الحل:

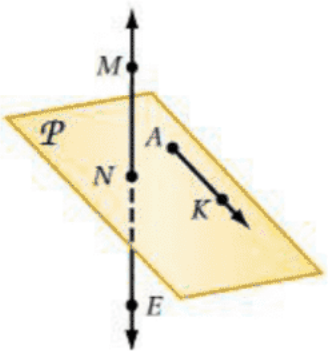
غير صحيحة أبداً، بحسب المسلمة 1.3 كل مستقيم يحوي نقطتين على الأقل.

---

9) يمر مستقيم واحد فقط بنقطتين معلومتين.

الحل:

صحيحة دائماً، بحسب المسلمة 1.1 أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.



في الشكل المجاور: يقع $\overleftrightarrow{AK}$ في المستوى $\mathcal{P}$ وتقع النقطة M على $\overleftrightarrow{NE}$.

اذكر المسلّمة التي تثبت صحة كلٍّ من العبارات الآتية:

10) M, K, N تقع في مستوى واحد.

الحل:

المسلمة 1.2 التي تنص على أن أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

---

11) $\overleftrightarrow{NE}$ يحوي النقطتين N ، M.

الحل:

المسلمة 1.3 التي تنص على أن كل مستقيم يحوي نقطتين على الأقل.

---

12) النقاط N, K, A تقع في المستوى نفسه.

الحل:

المسلمة 1.2 التي تنص على أن أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

16) النقاط D, K, H تحدِّد مستوى.

الحل:

المسلمة 1.2 التي تنص على أن أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط. حيث أن الوجه الأمامي الأيسر من الطبقة السفلية من الكعكة P يحوي النقاط H, K, D ويكون مستوى.

---

17) النقطة D تقع على المستقيم n المار بالنقطتين C, K.

الحل:

المسلمة 1.3 التي تنص على أن كل مستقيم يحوي نقطتين على الأقل. حيث أن المستقيم n حرفاً علوياً للطبقة السفلية. والنقاط C, D, K تقع على الحرف، لذا فإنها تقع على المستقيم n.

---

18) النقاط E, F, G تقع في المستوى نفسه.

الحل:

المسلمة 1.2 التي تنص على أن أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط. حيث أن الوجه الأمامي الأيمن من الطبقة السفلية للكعكة يحوي النقاط G, K, E, F والتي تمثل مستوى.

---

19) $\overleftrightarrow{EF}$ يقع في المستوى Q.

الحل:

المسلمة 1.5 التي تنص على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى، فإن المستقيم الوحيد المار بهما يقع كلياً في ذلك المستوى. حيث أن الوجه الأمامي الأيمن Q يحوي النقطتين E و F، فالمستقيم الذي يمر بهما يقع في المستوى الذي يمثله هذا الوجه.

---

20) المستقيمان h , g يتقاطعان في النقطة J.

الحل:

المسلمة 1.6 التي تنص على أنه إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط. حيث أن الوجه الأمامي الأيسر من الطبقة السفلية فيه الحافة السفلية واليسرى تشكلان مستقيمين يتقاطعان في نقطة واحدة فقط هي النقطة J.

المثال 2

حدِّد ما إذا كانت كل جملة مما يلي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. فسّر تبريرك.

21) يوجد مستوى واحد فقط يحوي النقاط الثلاث A, B, C التي لا تقع على استقامة واحدة.

الحل:

صحيحة دائماً، بحسب المسلمة 1.2 أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

---

22) ثلاثة مستقيمات على الأقل تمر بالنقطتين J و K.

الحل:

غير صحيحة أبداً، بحسب المسلمة 1.1 أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

---

23) إذا وقعت النقاط M, N, P في المستوى $\mathcal{X}$، فإنها تقع على استقامة واحدة.

الحل:

صحيحة أحياناً، لا يشترط أن تكون النقاط على استقامة واحدة حتى تقع في المستوى نفسه.

---

24) تقع النقطتان X و Y في المستوى $\mathcal{Z}$. وأي نقطة على استقامة واحدة مع X و Y تقع أيضًا في المستوى $\mathcal{Z}$

الحل:

صحيحة دائماً، بحسب المسلمة 1.5 إذا وقعت نقطتان في مستوى فإن جميع نقاط المستقيم المار بهما تقع في هذا المستوى.

---

25) النقاط A, B, C تحدد مستوى.

الحل:

صحيحة أحياناً، يجب أن تكون النقاط ليست على استقامة واحدة.

المثال 3

26) برهان: إذا علمت أن Y هي نقطة منتصف $\overline{XZ}$ ، وأن Z هي نقطة منتصف $\overline{YW}$ ، فأثبت أن $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$.

الحل:

المعطيات: Y نقطة منتصف $\overline{XZ}$ ، Z نقطة منتصف $\overline{YW}$.

المطلوب: إثبات أن $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$.

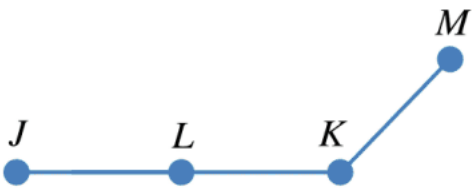
البرهان:

نعلم أن Y نقطة منتصف $\overline{XZ}$ و Z نقطة منتصف $\overline{YW}$، ومن تعريف نقطة المنتصف $XY = YZ$ و $YZ = ZW$، وباستعمال خاصية التعدي للمساواة $XY = ZW$، إذاً $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$ بتعريف تطابق القطع المستقيمة.

---

27) برهان: النقطة L هي نقطة منتصف $\overline{JK}$، ويتقاطع $\overline{JK}$ مع $\overline{MK}$ في النقطة K . إذا كان $\overline{JL} \cong \overline{MK}$ ، فأثبت أن $\overline{LK} \cong \overline{MK}$.

الحل:



المعطيات: L نقطة منتصف $\overline{JK}$.

$\overline{JK}$ تتقاطع مع $\overline{MK}$ في K و $\overline{JL} \cong \overline{MK}$.

المطلوب: إثبات أن $\overline{LK} \cong \overline{MK}$.

البرهان:

نعلم أن L نقطة منتصف $\overline{JK}$ ، من نظرية نقطة المنتصف ينتج أن $\overline{LK} \cong \overline{JL}$ ، وبتطبيق خاصية التعدي للتطابق $\overline{LK} \cong \overline{JL}, \overline{JL} \cong \overline{MK}$ نحصل على $\overline{MK} \cong \overline{LK}$، ومن خاصية التماثل للتطابق نجد أن $\overline{LK} \cong \overline{MK}$.

---

28) خرائط: أمام خالد طريقان للانتقال من الموقع A إلى الموقع B كما يظهر في الخريطة المجاورة. إذا كان الحد الأعلى للسرعة المسموح بها على الطريق (1) هو $90\,km/h$، وعلى الطريق (2) هو $110\,km/h$

a) أي الطريقين يبدو أقصر طولًا؟ فسّر تبريرك.

الحل:

الطريق (1)، بما أنه يوجد مستقيم واحد يمر بأي نقطتين، وأن الطريق (1) يبدو مستقيماً ويمر بالنقطتين A, B ، فإنه أقصر الطريقين.

31) النقطتان D و F تقعان على استقامة واحدة.

الحل:

المسلمة 1.1 التي تنص على أن أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

---

32) النقاط C, D, B تقع في المستوى نفسه.

الحل:

المسلمة 1.2 التي تنص على أن أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

---

33) المستوى Q يحوي النقاط C, H, D, J.

الحل:

المسلمة 1.4 التي تنص على أن كل مستوى يحوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.

---

34) المستوى $\mathcal{P}$ يتقاطع مع المستوى Q في $\overleftrightarrow{CD}$.

الحل:

المسلمة 1.7 التي تنص على أنه إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكوّن مستقيماً.

---

35) **هندسة عمارة:** يُحسب ميل السطح عادة بقسمة الارتفاع مقِيسًا بالبوصة على المسافة الأفقية مقِيسة بالقدم. استعمل العبارات أدناه لتكتب برهانًا حرًّا للعبارة الآتية: ميل السطح في تصميم أحمد غير كافٍ.

- عند استعمال مواد عازلة للماء، يجب أن يكون الميل $\frac{1}{4}$ بوصة لكل قدم على الأقل.
- حتى ينحدر الماء بتأثير الجاذبية الأرضية، يجب أن يكون ميل السطح 4 بوصات لكل قدم.
- صمَّم أحمد سطح منزله بحيث يكون مائلًا.
- الميل في تصميم أحمد يساوي 2 بوصة لكل قدم.

الحل:

البرهان:

صمم أحمد سطح منزله بحيث يكون مائلاً، ويجب أن يكون ميل السطح 4 بوصات لكل قدم على الأقل. إلا أن ميل سطح منزل أحمد هو 2 بوصة لكل قدم، وهي أقل من 4 بوصات لكل قدم، مما يعني أن التصميم غير كافٍ.

36) رياضة : أُقيمت بطولة شاركت فيها ثماني فرق كرة قدم للناشئين.

a) ما عدد المباريات التي ستُجرى في الدور الأول؟

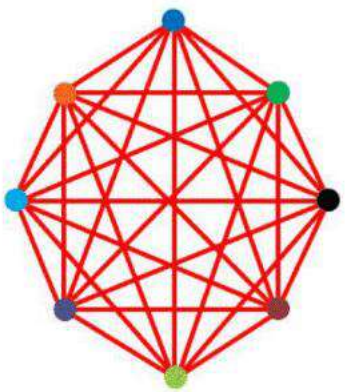
الحل:

كل فريق سيلعب مباراة واحدة مع كل فريق من الفرق الأخرى، إذاً عدد المباريات التي ستجري في الدور الأول يساوي: **28 مباراة**

b) ارسم شكلًا يوضح عدد مباريات الدور الأول. أيُّ مسلّمة يمكنك استعمالها لتبرير هذا الشكل؟

الحل:

المسلمة 1.1 التي تنص على أن أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.



---

c) أوجد طريقة حسابية لإيجاد عدد المباريات التي ستُجرى في الدور الأول، بغض النظر عن عدد الفرق المشاركة في البطولة؟

الحل:

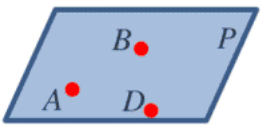
إذا كان هناك n فريقاً مشاركاً في البطولة، فإن عدد مباريات الدور الأول يساوي:

$$(n-1)+(n-2)+(n-3)+\cdots+1$$

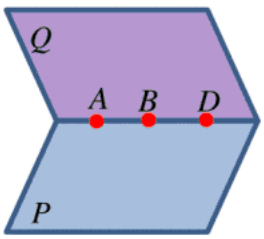
أو يمكن استخدام الصيغة:

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

المستويات التي تمر بها. الشكل(2) يوضح مستويين يمران بثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة. ويمكن رسم مستويات أخرى من الدوران حول هذه النقاط الثلاث.



الشكل(1)



الشكل(2)

---

40) **اكتب:** بيِّن أوجه الشبه والاختلاف بين المسلّمات والنظريات.

الحل:

المسلمات هي العبارات التي تقبل على أنها صحيحة دائماً دون إثبات، أما النظريات فهي صحيحة أيضاً لكنها تحتاج لإثبات.

تدريب على اختبار

رقم الصفحة في الكتاب 51

41) أيُّ العبارات الآتية ليست صائبة؟

A أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تحدد مستوى واحدًا فقط.

B يتقاطع المستقيمان في نقطة واحدة فقط.

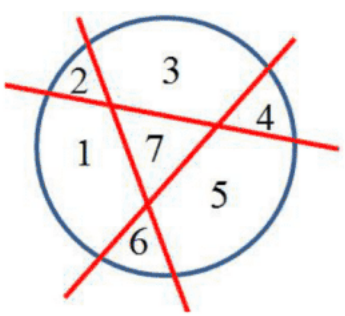
C يوجد على الأقل مستقيمان يحويان النقطتين نفسيهما.

D تقسم نقطة المنتصف القطعة المستقيمة إلى قطعتين متطابقتين.

الحل: **الإجابة الصحيحة** ***C*** ، **تبرير الحل:** حسب **المسلمة 1.1** أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

---

42) ما أكبر عدد من المناطق التي تتشكل عندما تقطع ثلاثة مستقيمات مختلفة دائرة؟



A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7

الحل: **الإجابة الصحيحة** ***D***

مراجعة تراكمية

رقم الصفحة في الكتاب 51

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي؛ لتحصل على نتيجة صائبة من العبارات الآتية إن أمكن، واذكر القانون الذي استعملته. وإذا تعذر الحصول على نتيجة صائبة، فاكتب "لا نتيجة صائبة". فسر تبريرك.

43 (1) إذا كانت الزاويتان متقابلتين بالرأس، فإنهما لا تكونان متجاورتين على مستقيم.

(2) إذا كانت الزاويتان متجاورتين على مستقيم فهما غير متطابقتين.

الحل:

لا نتيجة صائبة. لأن نتيجة العبارة الشرطية الأولى ليست فرضاً للعبارة الشرطية الثانية.

---

44 (1) إذا كانت الزاوية حادة، فإن قياسها أقل من $90°$

(2) $\angle EFG$ حادة.

الحل:

$m\angle EFG$ أقل من $90°$، قانون الفصل المنطقي.

اكتب العبارتين الشرطيتين الآتيتين على صورة (إذا ... فإن ...). (الدرس 3-1)

45 يُكتب اسم الطالب المتفوق في لوحة الشرف.

الحل:

إذا كان الطالب متفوقاً، فإن اسمه يكتب في لوحة الشرف.

---

46 يخشى البطل أن يخسر.

الحل:

إذا كان الشخص بطلاً، فإنه يخشى أن يخسر.

استعد للدرس اللاحق

رقم الصفحة في الكتاب 51

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية:

47 $4x - 3 = 19$

الحل:

$4x - 3 = 19$	المعادلة المعطاة
$4x = 22$	اجمع 3 للطرفين
$x = 5.5$	اقسم الطرفين على 4

---

48 $\frac{1}{3}x + 6 = 14$

الحل:

$\frac{1}{3}x + 6 = 14$	المعادلة المعطاة
$\frac{1}{3}x = 8$	اطرح 6 من الطرفين
$x = 24$	اضرب الطرفين في 3

---

49 $5(x^2 + 2) = 30$

الحل:

$5(x^2 + 2) = 30$	المعادلة المعطاة
$x^2 + 2 = 6$	اقسم الطرفين على 5
$x^2 = 4$	اطرح 2 من الطرفين
$x = \pm 2$	بجذر الطرفين

رقم الصفحة في الكتاب
52

الفصل 1

اختبار منتصف الفصل

الدروس 1-1 إلى 1-5

اكتب تخمينًا يصف النمط في كل متتابعة مما يأتي، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كلٍّ منها . (الدرس 1-1)

1) $5, 5, 10, 15, 25, \ldots\ldots$

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

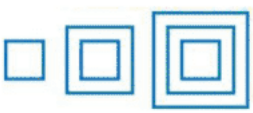
$$5 \quad , \quad 5 \quad , \quad 10 \quad , \quad 15 \quad , \quad 25 \quad , \ldots\ldots$$

$$5 \qquad 5+5 \qquad 5+10 \qquad 10+15$$

الخطوة 2: ضع تخميناً: كل حد في هذا النمط يساوي مجموع الحدين السابقين له.

الخطوة 3: جد الحد التالي: $15 + 25 = \mathbf{40}$

---

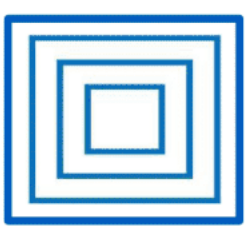
2) ..... 

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

الخطوة 2: ضع تخميناً: كل شكل في النمط يحوي مربع إضافي خارجي زيادة على مربعات الشكل السابق.

الخطوة 3: جد الحد التالي:



8) أكمل الجدول الآتي. (الدرس 2-1)

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
T	T	F	T

حدد الفرض والنتيجة في كلٍّ من العبارات الشرطية الآتية: (الدرس 3-1)

9) إذا كان للمضلع خمسة أضلاع، فإنه خماسي.

الحل:

الفرض: للمضلع خمسة أضلاع.

النتيجة: المضلع خماسي.

---

10) إذا كان $4x - 6 = 10$، فإن $x = 4$.

الحل:

الفرض: $4x - 6 = 10$

النتيجة: $x = 4$

---

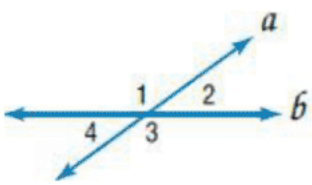
11) الزاوية التي قياسها أقل من 90° تكون حادة.

الحل:

الفرض: الزاوية التي قياسها أقل من 90°.

النتيجة: الزاوية حادة.

حدد قيمة الصواب لكلٍّ من العبارتين الشرطيتين الآتيتين. وإذا كانت العبارة صائبة، فبرر إجابتك. (الدرس 3-1)



12) $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

الحل:

صائبة، $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$.

13) ∠1 و ∠4 متطابقتان.

الحل:

خاطئة، ∠1 منفرجة بينما ∠4 حادة.

استعمل أشكال فن أدناه لتحديد قيمة الصواب لكلٍّ من العبارات الشرطية الآتية. وفسر تبريرك . (الدرس 3-1)

14) إذا كان المضلع مربعًا، فإنه يكون مستطيلاً.

الحل: صائبة، لأن مجموعة المربعات مجموعة جزئية من مجموعة المستطيلات.

---

15) إذا كان المستقيمان متعامدين، فإنهما لا يمكن أن يكونا متوازيين.

الحل: صائبة، لأن مجموعتي التوازي والتعامد مجموعتان منفصلتان.

---

16) **كرة قدم:** تقابل فريقا الفرسان والفهود في المباراة النهائية. معتمدًا على المعطيات، حدِّد ما إذا كانت النتيجة صائبة أم لا في كلٍّ مما يأتي. وفسِّر تبريرك. (الدرس 4-1)

المعطيات: الفريق الفائز بالكأس هو الفريق الذي يحرز أهدافًا أكثر في نهاية المباراة.
أحرز فريق الفرسان 3 أهداف، بينما أحرز فريق الفهود هدفين.

النتيجة: فاز فريق الفرسان بالكأس.

الحل:

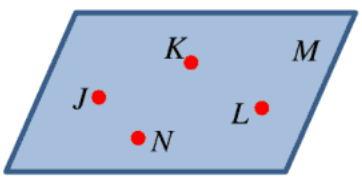
النتيجة **صائبة**، قانون الفصل المنطقي. أحرز فريق الفرسان أهدافاً أكثر في المباراة النهائية فهو الفريق الفائز، إذاً فريق الفرسان هو الذي فاز بالكأس.

حدِّد ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. وفسر تبريرك. (الدرس 1-5)

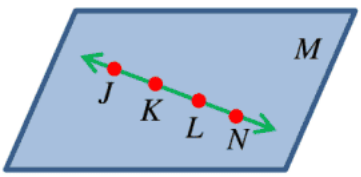
18) النقاط J, K, L, N ليست على استقامة واحدة، وتقع جميعها في المستوى $\mathcal{M}$.

الحل:

صحيحة أحياناً، عندما تكون النقاط كما في الشكل(1) فهي صائبة، وإذا كانت النقاط كما في الشكل(2) فهي خاطئة.



الشكل(1)



الشكل(2)

---

19) يوجد مستقيم واحد فقط يمر بالنقطتين R , S.

الحل:

صحيحة دائماً، بحسب المسلمة 1.1 أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

---

20) المستقيم a يحتوي على النقطة Q فقط.

الحل:

غير صحيحة أبداً، بحسب المسلمة 1.3 كل مستقيم يحوي نقطتين على الأقل.

رقم الصفحة في الكتاب
53

1-6 البرهان الجبري
Algebraic Proof

تحقق من فهمك

اذكر الخاصية التي تبرر كلًّا من العبارتين الآتيتين:

1A) إذا كان $-1 = (-5) + 4$، فإن $x + 4 + (-5) = x - 1$

الحل:

خاصية الجمع للمساواة.

1B) إذا كانت $5 = y$، فإن $y = 5$

الحل:

خاصية التماثل للمساواة.

1C) أثبت أنه إذا كان $2x - 13 = -5$، فإن $x = 4$. اكتب تبريرًا لكل خطوة.

الحل:

$2x - 13 = -5$	المعطيات
$2x - 13 + 13 = -5 + 13$	خاصية الجمع للمساواة
$2x = 8$	بالتبسيط
$x = 4$	خاصية القسمة للمساواة

تحقق من فهمك

اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة كلٍّ من التخمينين الآتيين:

2A) إذا كان $\frac{5x + 1}{2} - 8 = 0$، فإن $x = 3$

الحل:

المعطيات: $\frac{5x+1}{2} - 8 = 0$

المطلوب: $x = 3$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\frac{5x+1}{2} - 8 = 0$	1) معطيات
2) $\frac{5x+1}{2} = 8$	2) خاصية الجمع للمساواة
3) $2\left(\frac{5x+1}{2}\right) = 2(8)$	3) خاصية الضرب للمساواة
4) $5x + 1 = 16$	4) بالتبسيط
5) $5x = 15$	5) خاصية الطرح للمساواة
6) $x = 3$	6) خاصية القسمة للمساواة

2B) فيزياء: إذا كانت المسافة d التي يقطعها جسم متحرك بسرعة ابتدائية u وسرعة نهائية v في زمن t تعطى بالعلاقة $d = t \cdot \frac{u+v}{2}$، فإن $u = \frac{2d}{t} - v$.

الحل:

المعطيات: $d = t \cdot \frac{u+v}{2}$

المطلوب: $u = \frac{2d}{t} - v$

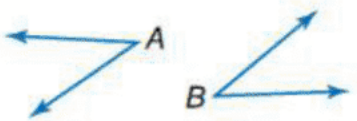
البرهان:

العبارات	المبررات
1) $d = t \cdot \frac{u+v}{2}$	1) معطيات
2) $\frac{d}{t} = \frac{u+v}{2}$	2) خاصية القسمة للمساواة
3) $2\left(\frac{d}{t}\right) = 2\left(\frac{u+v}{2}\right)$	3) خاصية الضرب للمساواة
4) $\frac{2d}{t} = u + v$	4) بالتبسيط
5) $\frac{2d}{t} - v = u$	5) خاصية الطرح للمساواة
6) $u = \frac{2d}{t} - v$	6) خاصية التماثل للمساواة

تحقق من فهمك

اكتب برهانًا ذا عمودين؛ لإثبات صحة كلٍّ من التخمينين الآتيين:

3A) إذا كان $\angle A \cong \angle B, m\angle A = 37°$،
فإن $m\angle B = 37°$.



الحل:

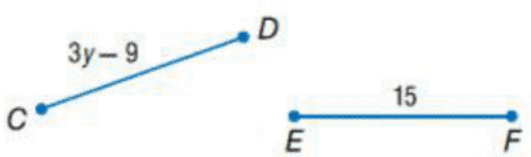
المعطيات: $\angle A \cong \angle B$ ، $m\angle A = 37^\circ$.

المطلوب: $m\angle B = 37^\circ$.

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle A \cong \angle B$ ، $m\angle A = 37^\circ$	1) معطيات
2) $\angle A = \angle B$	2) تعريف تطابق الزوايا
3) $37^\circ = \angle B$	3) خاصية التعويض للمساواة
4) $\angle B = 37^\circ$	4) خاصية التماثل للمساواة

3B) إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $y = 8$.



الحل:

المعطيات: $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، $CD = 3y - 9$ ، $EF = 15$.

المطلوب: $y = 8$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\overline{CD} \cong \overline{EF}$	1) معطيات
2) $CD = EF$	2) تعريف تطابق القطع المستقيمة
3) $3y - 9 = 15$	3) خاصية التعويض للمساواة
4) $3y = 24$	4) خاصية الجمع للمساواة
5) $y = 8$	5) خاصية القسمة للمساواة

تأكـد

رقم الصفحة في الكتاب 56

المثال 1 اذكر الخاصية التي تبرر العبارة:

1) إذا كان $x = 5$، فإن $5 = x$

الحل:

خاصية التماثل للمساواة.

---

2) أثبت أنه إذا كان $2(x + 5) = 11$، فإن $x = \frac{1}{2}$ اكتب تبريرًا لكل خطوة.

الحل:

$2(x + 5) = 11$	المعطيات
$2(x) + 2(5) = 11$	خاصية التوزيع
$2x + 10 = 11$	بالتبسيط
$2x + 10 - 10 = 11 - 10$	خاصية الطرح للمساواة
$2x = 1$	بالتبسيط
$\frac{2x}{2} = \frac{1}{2}$	خاصية القسمة للمساواة
$x = \frac{1}{2}$	بالتبسيط

المثال 2 3) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $\frac{y+2}{3}=3$

المطلوب: $y=7$

البرهان:

العبارات	المبررات
a) $\frac{y+2}{3}=3$ ؟	a) معطيات
b) $3\left(\frac{y+2}{3}\right)=3(3)$	b) ؟ خاصية الضرب للمساواة
c) $y+2=9$ ؟	c) ؟ بالتبسيط
d) $y=7$	d) خاصية الطرح للمساواة

المثالان 2, 3 **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة كلٍّ من التخمينين الآتيين:

4) إذا كان $-4(x-3)+5x=24$، فإن $x=12$.

الحل:

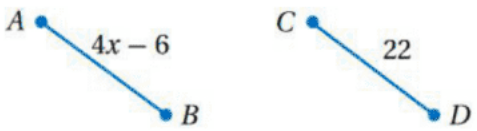
المعطيات: $-4(x-3)+5x=24$

المطلوب: $x=12$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $-4(x-3)+5x=24$	1) معطيات
2) $-4x+12+5x=24$	2) خاصية التوزيع
3) $x+12=24$	3) بالتبسيط
4) $x=12$	4) خاصية الطرح للمساواة

5) إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، فإن $x = 7$.



الحل:

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

المطلوب: $x = 7$.

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	1) معطيات
2) $AB = CD$	2) تعريف تطابق القطع المستقيمة
3) $4x - 6 = 22$	3) خاصية التعويض للمساواة
4) $4x = 28$	4) خاصية الجمع للمساواة
5) $x = 7$	5) خاصية القسمة للمساواة

---

6) **صحة:** يراقب بدر معدل نبضات قلبه في الدقيقة الواحدة مستعملًا جهاز قياس النبض؛ ليتحقق من أنه يقع ضمن المدى الطبيعي. ويمكن تقدير هذا المعدل باستعمال الصيغة: $T = 0.75(220 - a)$، حيث T معدل نبضات القلب، و a عمر الشخص.

a) أثبت أنه إذا علمت معدل نبضات قلب شخص، فإنه يمكنك حساب عمره مستعملًا الصيغة: $a = 220 - \frac{T}{0.75}$.

الحل:

المعطيات: $T = 0.75(220 - a)$

المطلوب: $a = 220 - \frac{T}{0.75}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $T = 0.75(220 - a)$	1) معطيات
2) $\frac{T}{0.75} = 220 - a$	2) خاصية القسمة للمساواة

3) $\frac{T}{0.75} - 220 = -a$	3) خاصية الطرح للمساواة
4) $-\frac{T}{0.75} + 220 = a$	4) خاصية الضرب للمساواة
5) $a = -\frac{T}{0.75} + 220$	5) خاصية التماثل للمساواة
6) $a = 220 - \frac{T}{0.75}$	6) خاصية الإبدال للجمع

---

b) إذا كان معدل نبضات قلب بدر يساوي 153، فكم يكون عمره؟ ما الخاصية التي تؤكد صحة حساباتك؟

الحل:

$$a = 220 - \frac{T}{0.75} = 220 - \frac{153}{0.75} = 16$$

عمر بدر 16 سنة، الخاصية التي تؤكد صحة الحساب هي **خاصية التعويض للمساواة.**

تدرب وحل المسائل

رقم الصفحة في الكتاب 56

المثال 1 اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

7) إذا كان $a + 10 = 20$، فإن $a = 10$.

الحل:

خاصية الطرح للمساواة.

---

8) إذا كان $\frac{x}{3} = -15$، فإن $x = -45$.

الحل:

خاصية الضرب للمساواة.

---

9) إذا كان $5(x + 7) = -3$، فإن $5x + 35 = -3$.

الحل:

خاصية التوزيع.

10) إذا كان $3\left(x-\frac{2}{3}\right)=4$، فإن $3x-2=4$.

الحل:

خاصية التوزيع.

---

11) أثبت أنه إذا كان $4(x-5)=x+2$، فإن $x=\frac{22}{3}$ مبررًا كل خطوة.

الحل:

$4(x-5)=x+2$	المعطيات
$4(x)-4(5)=x+2$	خاصية التوزيع
$4x-20=x+2$	بالتبسيط
$4x-20-x=x+2-x$	خاصية الطرح للمساواة
$3x-20=2$	بالتبسيط
$3x-20+20=2+20$	خاصية الجمع للمساواة
$3x=22$	بالتبسيط
$\frac{3x}{3}=\frac{22}{3}$	خاصية القسمة للمساواة
$x=\frac{22}{3}$	بالتبسيط

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

12) إذا كان $m\angle 2=m\angle 3$ ، $m\angle 1=m\angle 2$، فإن $m\angle 1=m\angle 3$.

الحل:

خاصية التعدي للمساواة.

---

13) $XY=XY$

الحل:

خاصية الانعكاس للمساواة.

---

14) إذا كان $\frac{1}{5}BC=\frac{1}{5}DE$، فإن $BC=DE$.

الحل:

خاصية الضرب للمساواة.

15) إذا كان $m\angle 2 = 25^\circ$, $m\angle 1 = 25^\circ$، فإن $m\angle 1 = m\angle 2$.

الحل:

خاصية التعويض للمساواة.

---

16) إذا كان $BC = CD$, $AB = BC$، فإن $AB = CD$.

الحل:

خاصية التعدي للمساواة.

المثال 2 أكمل البرهانين الآتيين:

17) **المعطيات:** $\frac{8-3x}{4} = 32$

المطلوب: $x = -40$

البرهان:

العبارات	المبررات
a) $\frac{8-3x}{4} = 32$	a) معطيات
b) $4\left(\frac{8-3x}{4}\right) = 4(32)$	b) ؟ خاصية الضرب للمساواة
c) $8-3x = 128$	c) ؟ بالتبسيط
d) ؟ $-3x = 120$	d) خاصية الطرح للمساواة
e) $x = -40$	e) ؟ خاصية القسمة للمساواة

---

18) **علوم:** تعطى المسافة d التي يقطعها جسم متحرك بالقدم بالصيغة: $d = vt + \frac{1}{2}at^2$، حيث v سرعة الجسم بالقدم لكل ثانية، و t الزمن بالثانية، و a التسارع بالقدم لكل ثانية تربيع.

اكتب برهانًا ذا عمودين؛ لإثبات أن التسارع يمكن أن يُحسب بالصيغة $a = \frac{2d-2vt}{t^2}$

الحل:

المعطيات: $d = vt + \frac{1}{2}at^2$

المطلوب: $a = \frac{2d-2vt}{t^2}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $-3r+\frac{1}{2}=4$	1) معطيات
2) $2\left(-3r+\frac{1}{2}\right)=2(4)$	2) خاصية الضرب للمساواة
3) $-6r+1=8$	3) بالتبسيط
4) $-6r=7$	4) خاصية الطرح للمساواة
5) $r=-\frac{7}{6}$	5) خاصية القسمة للمساواة

---

21) علوم: يُعطى قانون الغاز المثالي بالصيغة $PV=nRT$، حيث P : الضغط بوحدة الضغط الجوي(atm)، وV : الحجم باللترات ، و n : عدد مولات الغاز ، و R : ثابت الغاز المثالي، حيث $R=0.0821$، T : درجة الحرارة بالكلفن.

a) أثبت أنه إذا كان ضغط الغاز وحجمه وعدد مولاته جميعها معلومة، فإنه يمكن حساب درجة حرارته باستعمال الصيغة $T=\frac{PV}{nR}$.

الحل:

المعطيات: $PV=nRT$، $R=0.0821$.

المطلوب: $T=\frac{PV}{nR}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $PV=nRT$	1) معطيات
2) $\frac{PV}{nR}=\frac{nRT}{nR}$	2) خاصية القسمة للمساواة
3) $\frac{PV}{nR}=T$	3) بالتبسيط
4) $T=\frac{PV}{nR}$	4) خاصية التماثل للمساواة

b) ما درجة حرارة 1 مول من الأكسجين موجود في إناء سعته 25 L ، وتحت ضغط مقداره 1 atm ؟
ما الخاصية التي تبرِّر حساباتك؟

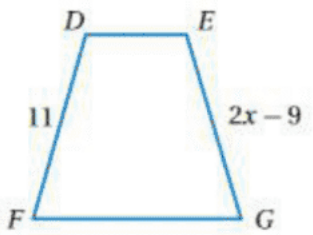
الحل:

$$T = \frac{PV}{nR} = \frac{(1)(25)}{(1)(0.0821)}$$

درجة الحرارة 305 كلفن تقريباً، الخاصية التي تبرر الحساب هي **خاصية التعويض للمساواة.**

برهان: **اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة كلٍّ من التخمينات الآتية:**

22) إذا كانت $\overline{DF} \cong \overline{EG}$ ، فإن $x = 10$.



الحل:

المعطيات: $\overline{DF} \cong \overline{EG}$ ، $EG = 2x - 9$ ، $DF = 11$.

المطلوب: $x = 10$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\overline{DF} \cong \overline{EG}$	**1)** معطيات
2) $DF = EG$	**2)** تعريف تطابق القطع المستقيمة
3) $11 = 2x - 9$	**3)** خاصية التعويض للمساواة
4) $20 = 2x$	**4)** خاصية الجمع للمساواة
5) $10 = x$	**5)** خاصية القسمة للمساواة
6) $x = 10$	**6)** خاصية التماثل للمساواة

26) كهرباء: يمكن حساب فرق الجهد V للدائرة الكهربائية باستعمال القانون $V=\frac{P}{I}$، حيث: P القدرة الكهربائية، و I شدة التيار الكهربائي المار في الدائرة.

a) اكتب برهانًا لإثبات أنه عندما تكون القدرة الكهربائية ثابتة، فإن فرق الجهد يصبح نصف ما كان عليه عندما تتضاعف شدة التيار الكهربائي.

الحل:

المعطيات: $V=\frac{P}{I}$

المطلوب: $\frac{V}{2}=\frac{P}{2I}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $V=\frac{P}{I}$	1) معطيات
2) $\frac{1}{2}V=\frac{1}{2}\cdot\frac{P}{I}$	2) خاصية الضرب للمساواة
3) $\frac{V}{2}=\frac{P}{2I}$	3) بالتبسيط

---

b) اكتب برهانًا لإثبات أنه عندما تكون شدة التيار الكهربائي ثابتة، فإن فرق الجهد يتضاعف عندما تتضاعف القدرة الكهربائية.

الحل:

المعطيات: $V=\frac{P}{I}$

المطلوب: $2V=\frac{2P}{I}$

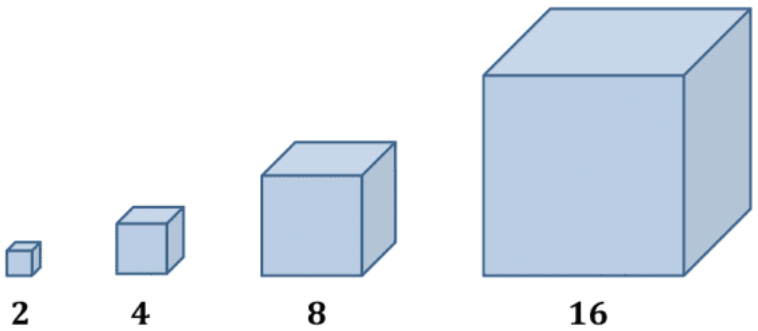
البرهان:

العبارات	المبررات
1) $V=\frac{P}{I}$	1) معطيات
2) $2(V)=2\left(\frac{P}{I}\right)$	2) خاصية الضرب للمساواة
3) $2V=\frac{2P}{I}$	3) بالتبسيط

27) **تمثيلات متعددة:** افترض أن مكعبًا طول ضلعه s وحدة.

a) حسيًّا: ارسم أو اعمل نماذج لمكعبات أطوال أضلاعها 2, 4, 8, 16 وحدة.

الحل:



b) جدوليًّا: أوجد حجم كل مكعب.
نظّم نتائجك في جدول مثل المجاور.

طول الضلع (s)	الحجم (V)
2	**8**
4	**64**
8	**512**
16	**4096**

c) لفظيًّا: استعمل الجدول لعمل تخمين حول تغيُّر حجم المكعب عندما يتضاعف طول ضلعه. عبّر عن تخمينك لفظيًّا.

الحل:

إذا تضاعف طول ضلع المكعب، فإن حجمه يصبح 8 أمثال الحجم الأصلي.

d) جبريًّا: اكتب تخمينك على صورة معادلة جبرية.

الحل:

$$8V = (2s)^3$$

e) منطقيًّا: اكتب برهانًا لتخمينك. تأكد من كتابة المعطيات والمطلوب في بداية البرهان.

الحل:

المعطيات: مكعب طول ضلعه s وحدة، وحجمه V وحدة مكعبة.

المطلوب: $8V = (2s)^3$

5) $2\left(2x+3+\frac{3x+1}{2}\right)=21$	5) بالتبسيط
6) $2\cdot 2x+2\cdot 3+2\cdot\frac{3x+1}{2}=21$	6) خاصية التوزيع
7) $4x+6+3x+1=21$	7) بالتبسيط
8) $7x+7=21$	8) بالتبسيط
9) $7x+7-7=21-7$	9) خارج الطرح للمساواة
10) $7x=14$	10) بالتبسيط
11) $x=2$	11) خاصية القسمة للمساواة
12) $AP=2(2)+3$	12) خاصية التعويض للمساواة
13) $AP=4+3$	13) بالتبسيط
14) $AP=7$	14) بالتبسيط
15) $\frac{AP}{AB}=\frac{7}{10.5}$	15) خاصية التعويض للمساواة
16) $\frac{AP}{AB}=\frac{2}{3}$	16) بالتبسيط

تبرير: صنِّف الجمل الآتية إلى صحيحة أحيانًا أو صحيحة دائمًا أو غير صحيحة أبدًا. فسر تبريرك.

29) إذا كان a و b عددين حقيقيين، وكان $a+b=0$، فإن $a=-b$.

الحل:

صحيحة دائماً، إذا كان $a+b=0$ فإن $a+b-b=0-b$ (خاصية الطرح للمساواة)، إذاً $a=b$ (بالتبسيط)، ولذا تكون هذه العبارة صحيحة دائماً.

---

30) إذا كان a و b عددين حقيقيين، وكان $a^2=b$، فإن $a=\sqrt{b}$.

الحل: صحيحة أحياناً.

إذا كانت $a=1$ فإن $b=1=(1)^2=1$ ويكون $\sqrt{b}=\sqrt{1}=1=a$ فتكون الجملة صائبة. أما إذا كانت $a=-1$ فإن $b=1=(-1)^2=1$ ويكون $\sqrt{b}=\sqrt{1}=1\neq a$ وبذلك تكون الجملة غير صائبة.

32) **اكتب:** ما أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين البرهان الحر والبرهان ذي العمودين. أيُّ البرهانين تجده أسهل للكتابة؟ برر إجابتك.

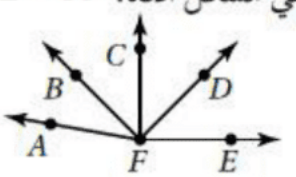
الحل:

البرهان الحر أسهل للكتابة، فالبرهان الحر هو نوع من البراهين التي تكتب فيه الخطوات جملاً كاملة على شكل فقرة. وهذا النوع من البرهان يماثل في محتواه البرهان ذا العمودين، لكنه يختلف عنه شكلاً، ففي البرهان ذي العمودين تكتب العبارات في عمود، وتكتب المبررات في عمود آخر بجانب العمود الأول.

تدريب على اختبار

رقم الصفحة في الكتاب 59

33) في الشكل أدناه: $m\angle CFE = 90°$ و $\angle AFB \cong \angle CFD$.



أيٌّ مما يأتي ليس صحيحًا بالضرورة؟

A $m\angle BFD = m\angle BFD$ **C** $m\angle CFD = m\angle AFB$

B $\overleftrightarrow{FC}$ محور تناظر للشكل **D** $\angle CFE$ قائمة.

الحل: الإجابة الصحيحة ***B***

---

34) **مراجعة:** أي علاقة يمكن أن تُستعمل لإيجاد قيم $s(n)$ في الجدول التالي؟

n	-8	-4	-1	0	1
$s(n)$	1	2	2.75	3	3.25

A $s(n) = -n + 7$ **C** $s(n) = \frac{1}{2}n + 5$

B $s(n) = -2n + 3$ **D** $s(n) = \frac{1}{4}n + 3$

الحل: الإجابة الصحيحة ***D***

مراجعة تراكمية

رقم الصفحة في الكتاب 59

حدّد ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. فسّر إجابتك. (الدرس 5-1)

35) أي أربع نقاط تقع في المستوى نفسه.

الحل:

صحيحة أحياناً، لأن المستوى يتضمن ثلاث نقاط على الأقل، أما النقطة الرابعة فإما أن تقع على هذا المستوى وإما أن تقع على مستوى آخر.

---

36) الزاويتان المنفرجتان متكاملتان.

الحل:

غير صحيحة أبداً، مجموع الزاويتين المتكاملتين يساوي 180°، إذاً الزاويتان المنفرجتان لا يمكن أن تكونا متكاملتين.

---

37) المستويان $\mathcal{P}$ و Q يتقاطعان في المستقيم m. والمستقيم m يقع في كلا المستويين $\mathcal{P}$ و Q.

الحل:

صحيحة دائماً، بما أن المستقيم هو خط تقاطع المستويين، فإن هذا المستقيم يقع في كلا المستويين.

حدد ما إذا كانت النتيجة صائبة أم لا في كلٍّ مما يأتي؛ اعتمادًا على العبارة التالية والمعطيات مبررًا إجابتك.

"يقبل العدد القسمة على 3 إذا كان يقبل القسمة على 6". (الدرس 4-1)

38) **المعطيات:** 24 يقبل القسمة على 6. **النتيجة:** 24 يقبل القسمة على 3.

الحل:

صحيحة، بما أن 24 تقبل القسمة على 6، إذاً وفق قانون الفصل المنطقي فإنها تقبل القسمة على 3.

---

39) **المعطيات:** 27 يقبل القسمة على 3. **النتيجة:** 27 يقبل القسمة على 6.

الحل:

غير صحيحة، $27 \div 6 = 4.5$ والعدد 4.5 ليس عدداً صحيحاً.

---

40) **المعطيات:** 85 لا يقبل القسمة على 3. **النتيجة:** 85 لا يقبل القسمة على 6.

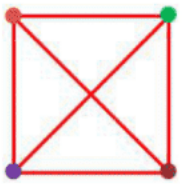
الحل:

صحيحة، بحسب المعاكس الإيجابي للعبارة وقانون الفصل المنطقي، إذا قبلت الـ 85 القسمة على 6، و6 تقبل القسمة على 3، إذاً يجب أن تقبل الـ 85 القسمة على 3، وهذا مخالف للمعطى، إذاً 85 لا تقبل القسمة على 6.

41) مبانٍ: توجد أربع بنايات في مدرسةٍ، لا يوجد ثلاث منها على استقامة واحدة. ما عدد ممرات المشاة اللازمة لربط كل بنايتين بممرٍّ مشاةٍ واحدٍ؟ (الدرس 1-5)

الحل:

عدد ممرات المشاة اللازمة يساوي **6**، **شرح الحل:** يمكن إيجاد عدد ممرات المشاة من خلال الرسم أو يمكن باستخدام الصيغة التالية، حيث n تمثل عدد البنايات:



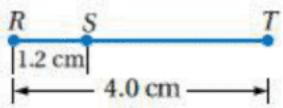
$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{4(4-1)}{2} = \frac{4(3)}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

استعد للدرس اللاحق

رقم الصفحة في الكتاب 59

أوجد طول كل قطعة مستقيمة مما يأتي مستعينًا بالشكل.

42) $\overline{ST}$

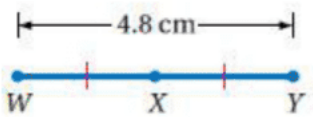


الحل:

$$ST = RT - RS = 4 - 1.2 = 2.8 \text{ cm}$$

---

43) $\overline{WX}$

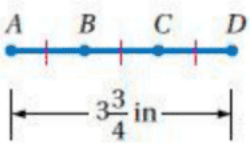


الحل:

$$WX = \frac{WX}{2} = \frac{4.8}{2} = 2.4 \text{ cm}$$

---

44) $\overline{BC}$

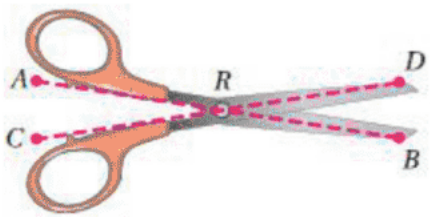


الحل:

$$AD = 3\frac{3}{4} = \frac{3\times4+3}{4} = \frac{15}{4} = 3.75$$

$$BC = \frac{AD}{3} = \frac{3.75}{2} = 1.25 \text{ cm} = 1\frac{1}{4} \text{ in}$$

المثال 2 2) مقص: في الشكل المجاور،



$\overline{AR} \cong \overline{CR}$, $\overline{DR} \cong \overline{BR}$، أثبت أن:

$AR + DR = CR + BR$.

الحل:

المعطيات: $\overline{AR} \cong \overline{CR}$, $\overline{DR} \cong \overline{BR}$

المطلوب: $AR + DR = CR + BR$

البرهان:

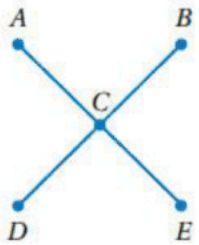
العبارات	المبررات
1) $\overline{AR} \cong \overline{CR}$, $\overline{DR} \cong \overline{BR}$	1) معطيات
2) $AR = CR$, $DR = BR$	2) تعريف تطابق القطع المستقيمة
3) $AR + DR = CR + DR$	3) خاصية الجمع للمساواة
4) $AR + DR = CR + BR$	4) بالتعويض

تدرب وحل المسائل

رقم الصفحة في الكتاب 63

المثال 1

3) أكمل البرهان الآتي:



المعطيات: C نقطة منتصف $\overline{AE}$.

C نقطة منتصف $\overline{BD}$.

$\overline{AE} \cong \overline{BD}$

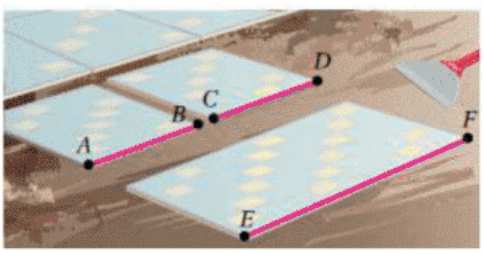
المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

البرهان:

العبارات	المبررات
(a) C نقطة منتصف $\overline{AE}$، C نقطة منتصف $\overline{BD}$	(a) معطيات
(b) $\overline{AE} \cong \overline{BD}$	(b) ؟ تعريف نقطة المنتصف
(c) $AC = CE, BC = CD$	(c) ؟ تعريف تطابق القطع المستقيمة
(d) $AE = BD$	(d) مسلّمة جمع أطوال القطع المستقيمة
(e) $AE = AC + CE$ $BD = BC + CD$	(e) ؟ بالتعويض
(f) $AC + CE = BC + CD$	(f) ؟ بالتعويض
(g) $AC + AC = CD + CD$	(g) بالتبسيط
(h) $2AC = 2CD$	(h) بالقسمة
(i) $AC = CD$	(i) ؟ تعريف تطابق القطع المستقيمة
(j) $\overline{AC} \cong \overline{CD}$	

المثال 2

4) **تبليط:** قص مبلّط قطعة بلاط بطول معين، ثم استعملها نموذجًا ليقص بلاطة ثانية تطابق الأولى، ثم استعمل هاتين البلاطتين لقص بلاطة ثالثة طولها يساوي مجموع طولَي البلاطتين. أثبت أن طول البلاطة الثالثة يساوي مثلَي طول البلاطة الأولى.



الحل:

المعطيات: $AB + CD = EF$ ، $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب: $2AB = EF$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $AB + CD = EF$	1) معطيات
2) $AB = CD$	2) تعريف تطابق القطع المستقيمة
3) $AB + AB = EF$	3) بالتعويض
4) $2AB = EF$	4) بالتعويض

أثبت الخاصيتين الآتيتين في النظرية (1.2).

5) خاصية التماثل للتطابق.

الحل:

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب: $\overline{CD} \cong \overline{AB}$

البرهان: ←

العبارات	المبررات
1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	1) معطيات
2) $AB = CD$	2) تعريف تطابق القطع المستقيمة
3) $CD = AB$	3) خاصية التماثل للمساواة
4) $\overline{CD} \cong \overline{AB}$	4) تعريف تطابق القطع المستقيمة

---

6) خاصية الانعكاس للتطابق.

ملاحظة: $\overline{AB}$ تعني أن AB قطعة مستقيمة

الحل:

المعطيات: $\overline{AB}$

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{AB}$

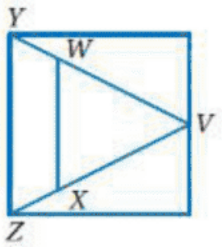
البرهان: ←

العبارات	المبررات
1) $\overline{AB}$	1) معطيات
2) $AB = AB$	2) خاصية الانعكاس للمساواة
3) $\overline{AB} \cong \overline{AB}$	3) تعريف تطابق القطع المستقيمة

برهان: أثبت كلًّا مما يأتي:

7) إذا كان $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$, $\overline{VZ} \cong \overline{VY}$ ،

فإن $\overline{VW} \cong \overline{VX}$.



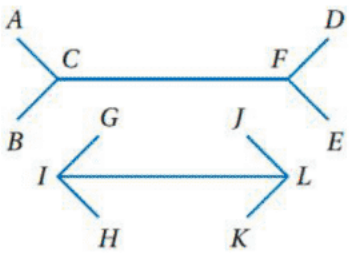
الحل:

المعطيات: $\overline{VZ} \cong \overline{VY}$, $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$

المطلوب: $\overline{VW} \cong \overline{VX}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\overline{VZ} \cong \overline{VY}$, $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$	1) معطيات
2) $VZ = VY$, $WY = XZ$	2) تعريف تطابق القطع المستقيمة
3) $VZ = VX + XZ$, $VY = VW + WY$	3) مسلمة جمع القطع المستقيمة
4) $VX + XZ = VW + WY$	4) بالتعويض
5) $VX + WY = VW + WY$	5) بالتعويض
6) $VX = VW$	6) خاصية الطرح للمساواة
7) $VW = VX$	7) خاصية التماثل للمساواة
8) $\overline{VW} \cong \overline{VX}$	8) تعريف تطابق القطع المستقيمة



9) إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{GI}$ ، $\overline{FE} \cong \overline{LK}$ ،
$AC + CF + FE = GI + IL + LK$،

a) فأثبت أن $\overline{CF} \cong \overline{IL}$.

الحل:

المعطيات: $AC + CF + FE = GI + IL + LK$ ، $\overline{FE} \cong \overline{LK}$ ، $\overline{AC} \cong \overline{GI}$

المطلوب: $\overline{CF} \cong \overline{IL}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $AC + CF + FE = GI + IL + LK$ ، $\overline{FE} \cong \overline{LK}$ ، $\overline{AC} \cong \overline{GI}$	1) معطيات
2) $FE = LK$ ، $AC = GI$	2) تعريف تطابق القطع المستقيمة
3) $AC + CF + FE = AC + IL + LK$	3) بالتعويض
4) $AC - AC + CF + FE = AC - AC + IL + LK$	4) خاصية الطرح للمساواة
5) $CF + FE = IL + LK$	5) بالتبسيط
6) $CF + FE = IL + FE$	6) بالتعويض
7) $CF + FE - FE = IL + FE - FE$	7) خاصية الطرح للمساواة
8) $CF = IL$	8) بالتبسيط
9) $\overline{CF} \cong \overline{IL}$	9) تعريف تطابق القطع المستقيمة

b) برِّر برهانك بقياس أطوال القطع المستقيمة. فسِّر إجابتك.

الحل:

لقد قست $\overline{CF}$ و $\overline{IL}$ ، وهما متساويتا الطول إذاً هما متطابقتان.

10) **تمثيلات متعددة:** A نقطة منتصف $\overline{PQ}$، و B نقطة منتصف $\overline{PA}$، و C نقطة منتصف $\overline{PB}$.

a) هندسيًا: ارسم شكلًا يوضح هذه المعطيات.

الحل:

---

b) جبريًا: ضع تخمينًا للعلاقة الجبرية بين PC و PQ.

الحل:

$$\mathbf{8PC = PQ}$$

شرح الحل:

$$2PA = PQ \Rightarrow 2(2PB) = PQ \Rightarrow 2\big(2(2PC)\big) = PQ \Rightarrow \mathbf{8PC = PQ}$$

---

c) حسيًا: استعمل مسطرة لرسم قطعة مستقيمة تطابق $\overline{PQ}$، ولتعيين النقطتين B و C على $\overline{PQ}$، استعمل هذا الرسم لتؤيد التخمين الذي وضعته.

الحل:

يمكنك قياس طول $\overline{PC}$ ووضع علامات على $\overline{PQ}$ لقطع طول كل منها يساوي $\overline{PC}$، ثم عد القطع الناتجة.

---

d) منطقيًا: أثبت صحة تخمينك.

الحل:

المعطيات: A نقطة منتصف $\overline{PQ}$، و B نقطة منتصف $\overline{PA}$، و C نقطة منتصف $\overline{PB}$.

المطلوب: $8PC = PQ$

البرهان:

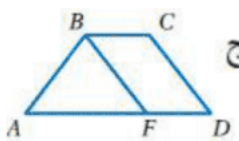
العبارات	المبررات
1) A نقطة منتصف $\overline{PQ}$، و B نقطة منتصف $\overline{PA}$، و C نقطة منتصف $\overline{PB}$	1) معطيات
2) $PA = AQ\ ,\ PB = BA\ ,\ PC = CB$	2) تعريف نقطة المنتصف

3) $PC + CB = PB$	3) مسلمة جمع القطع المستقيمة
4) $PC + PC = PB$	4) بالتعويض
5) $2PC = PB$	5) بالتبسيط
6) $PB + BA = PA$	6) مسلمة جمع القطع المستقيمة
7) $PB + PB = PA$	7) بالتعويض
8) $2PB = PA$	8) بالتبسيط
9) $2(2PC) = PA$	9) بالتعويض
10) $4PC = PA$	10) بالتعويض
11) $PA + AQ = PQ$	11) مسلمة جمع القطع المستقيمة
12) $PA + PA = PQ$	12) بالتعويض
13) $2PA = PQ$	13) بالتبسيط
14) $2(4PC) = PQ$	14) بالتعويض
15) $8PC = PQ$	15) بالتبسيط

مسائل مهارات التفكير العليا

رقم الصفحة في الكتاب 64

11) اكتشف الخطأ: في الشكل المجاور: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CD} \cong \overline{BF}$ ، اختبر النتائج التي حصل عليها أحمد وسعد، وهل وصل أيٌّ منهما إلى نتيجة صحيحة؟



أحمد

بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CD} \cong \overline{BF}$،
إذن $\overline{AF} \cong \overline{AB}$ وذلك بتطبيق
خاصية التعدي للتطابق.

سعد

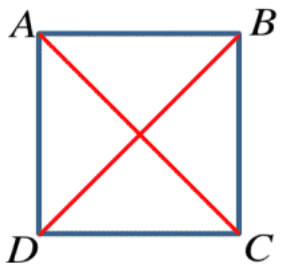
بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CD} \cong \overline{BF}$،
إذن $\overline{AB} \cong \overline{BF}$ وذلك بتطبيق
خاصية الانعكاس للتطابق.

الحل:

كلاهما أخطأ، الإجابة الصحيحة هي:

بما أن $\overline{BF} \cong \overline{CD}$, $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BF}$ وذلك بتطبيق خاصية التعدي للتطابق.

12) تحد: $ABCD$ مربع. أثبت أن $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.



الحل:

المعطيات: $ABCD$ مربع.

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $ABCD$ مربع.	1) معطيات
2) $AB = BC = CD = DA$	2) تعريف المربع
3) $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ $(BD)^2 = (AB)^2 + (AD)^2$	3) نظرية فيثاغورس
4) $(BD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$	4) بالتعويض
5) $(AC)^2 = (BD)^2$	5) خاصية التعدي للمساواة
6) $AC = \pm\sqrt{(BD)^2}$	6) خاصية الجذر التربيعي
7) $AC = \sqrt{(BD)^2}$	7) بالتعريف يجب أن يكون الطول موجباً
8) $AC = BD$	8) تعريف الجذر التربيعي
9) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$	9) تعريف تطابق القطع المستقيمة

---

13) اكتب: هل توجد خاصية في التطابق تشبه خاصية الجمع في المساواة؟ فسّر إجابتك.

الحل:

لا يوجد، لأن التطابق صفة للقطع المستقيمة والقطع المستقيمة لا يمكن جمعها في حين أن أطوال القطع المستقيمة هي أعداد يمكننا جمعها.

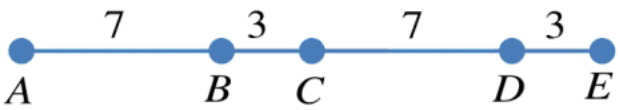
14) تبرير: صنِّف العبارة الآتية إلى صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة فأعط مثالًا مضادًّا.

إذا كانت النقاط A, B, C, D, E تقع على استقامة واحدة، بحيث تقع B بين A و C، وتقع C بين B و D، وتقع D بين C و E، وكان $AC = BD = CE$، فإن $AB = BC = DE$.

الحل:

خاطئة.

مثال مضاد: في الشكل التالي: $AC = BD = CE = 10$، ولكن $AB = 7$، $BC = 3$، $CD = 7$، $DE = 3$



---

15) مسألة مفتوحة: ارسم شكلًا يمثل تعميمًا لمسلّمة جمع أطوال القطع المستقيمة، (جمع 3 قطع مستقيمة) واكتب النتيجة.

الحل:

$$AB + BC + CD = AD$$

تدريب على اختبار

رقم الصفحة في الكتاب 65

16) النقاط A, B, C, D تقع على استقامة واحدة، بحيث تقع النقطة B بين A و C والنقطة C بين B و D. أي عبارة مما يلي ليست بالضرورة صحيحة؟

A $AB + BD = AD$

B $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

C $\overline{BC} \cong \overline{BC}$

D $BC + CD = BD$

الحل: الإجابة الصحيحة ***B***

شرح الحل:

نلاحظ من الشكل التالي أن $\overline{AB}$ لا تطابق $\overline{CD}$

17) أي العبارات الآتية يعطي وصفًا أفضل للمسلمة؟

A تخمين ينشأ عن أمثلة.

B تخمين ينشأ عن حقائق وقواعد وتعريفات وخصائص.

C عبارة تقبل على أنها صحيحة.

D عبارة تم إثبات صحتها.

الحل: الإجابة الصحيحة ***C***

مراجعة تراكمية

رقم الصفحة في الكتاب 65

18) **برهان:** أثبت أنه إذا كان $-3(2x+1) = 57$، فإن $x = -10$، واكتب تبريرًا لكل خطوة. (الدرس 1-6)

الحل:

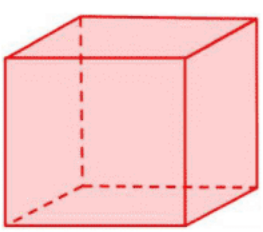
$-3(2x + 1) = 57$	المعطيات
$-3(2x) - 3(1) = 57$	خاصية التوزيع
$-6x - 3 = 57$	بالتبسيط
$-6x - 3 + 3 = 57 + 3$	خاصية الجمع للمساواة
$-6x = 60$	بالتبسيط
$\frac{-6x}{-6} = \frac{60}{-6}$	خاصية القسمة للمساواة
$x = -10$	بالتبسيط

---

19) **نماذج:** استعمل حاتم ستة مربعات من الورق المقوى لعمل منشور رباعي. ما الجزء من الفراغ الذي يمثله كل وجه من المنشور، وكم مستقيمًا ينتج عن تقاطعها؟ (الدرس 1-5)

الحل:

الجزء من الفراغ الذي يمثله كل وجه من المنشور هو **مستوى**، إذاً أوجه المنشور تمثل **مستويات**.



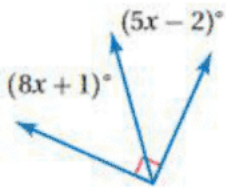
عدد المستقيمات التي تنتج عن تقاطع أوجه المنشور يساوي **12**.

استعد للدرس اللاحق

رقم الصفحة في الكتاب 65

جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ مما يأتي:

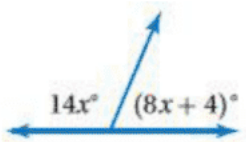
(21



الحل:

$(8x+1)^\circ + (5x-2)^\circ = 90^\circ$	زاويتان متتامتان (مجموعهما 90°)
$13x - 1 = 90$	بالتبسيط
$13x = 91$	بإضافة 1 لكلا الطرفين
$\boldsymbol{x = 7}$	بقسمة كلا الطرفين على 13

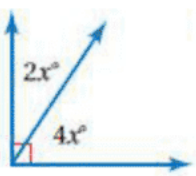
(22



الحل:

$(14x)^\circ + (8x+4)^\circ = 180^\circ$	زاويتان متكاملتان (مجموعهما 180°)
$22x + 4 = 180$	بالتبسيط
$22x = 176$	بطرح 4 من كلا الطرفين
$\boldsymbol{x = 8}$	بقسمة كلا الطرفين على 22

(23



الحل:

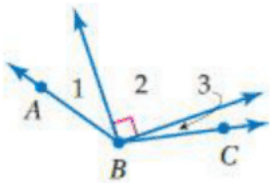
$(2x)^\circ + (4x)^\circ = 90^\circ$	زاويتان متتامتان (مجموعهما 90°)
$6x = 90$	بالتبسيط
$\boldsymbol{x = 15}$	بقسمة كلا الطرفين على 6

رقم الصفحة في الكتاب
66

1-8 إثبات علاقات بين الزوايا
Proving Angles Relationships

تحقق من فهمك

1) إذا كان $m\angle ABC = 131°$, $m\angle 1 = 23°$، فأوجد $m\angle 3$.
برِّر خطوات حلّك.

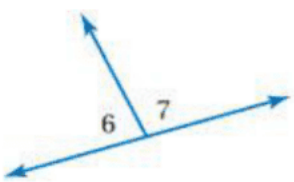


الحل:

$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = m\angle ABC$	مسلمة جمع قياسات الزوايا
$23° + 90° + m\angle 3 = 131°$	بالتعويض $m\angle 1 = 23°, m\angle 2 = 90°, m\angle ABC = 131°$
$113° + m\angle 3 = 131°$	بالتبسيط
$113° - 113° + m\angle 3 = 131° - 113°$	خاصية الطرح للمساواة
$m\angle 3 = 18°$	بالتبسيط

تحقق من فهمك

2) في الشكل المجاور، $\angle 6$ و $\angle 7$ متجاورتان على مستقيم. إذا كان:
$m\angle 6 = (3x + 32)°$ و $m\angle 7 = (5x + 12)°$،
فأوجد قيمة $m\angle 7$, $m\angle 6$, x برّر خطوات الحل.



الحل:

بما أن $\angle 6$ و $\angle 7$ متجاورتين على مستقيم فإنهما متكاملتان.

$m\angle 6 + m\angle 7 = 180°$	نظرية الزاويتين المتكاملتين
$(3x + 32)° + (5x + 12)° = 180°$	بالتعويض
$8x + 44 = 180$	بالتبسيط
$8x + 44 - 44 = 180 - 44$	خاصية الطرح للمساواة
$8x = 136$	بالتبسيط
$x = 17$	خاصية القسمة للمساواة

لإيجاد $m\angle 6$ و $m\angle 7$ نعوض $x = 17$:

$m\angle 6 = (3x + 32)^\circ$ معطيات

$= (3(17) + 32)^\circ$ بالتعويض

$= 83^\circ$ بالتبسيط

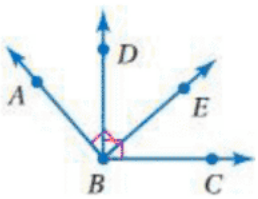
$m\angle 7 = (5x + 12)^\circ$ معطيات

$= (5(17) + 12)^\circ$ بالتعويض

$= 97^\circ$ بالتبسيط

تحقق من فهمك

3) في الشكل المجاور $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان.
أثبت أن $\angle ABD \cong \angle EBC$.



الحل:

المعطيات: $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان.

المطلوب: $\angle ABD \cong \angle EBC$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان	**1)** معطيات
2) $\angle ABD$ و $\angle DBE$ متتامتان $\angle DBE$ و $\angle EBC$ متتامتان	**2)** نظرية الزاويتين المتتامتين
3) $\angle ABD \cong \angle EBC$	**3)** نظرية تطابق المتممات

تحقق من فهمك

4) إذا كانت $\angle 3$ و $\angle 4$ متقابلتين بالرأس، وكان $m\angle 3 = (6x + 2)^\circ$ و $m\angle 4 = (8x - 14)^\circ$، فأوجد $m\angle 3$ و $m\angle 4$. برِّر خطوات حلّك.

الحل:

بما أن $\angle 3$ و $\angle 4$ متقابلتين بالرأس فإنهما متطابقتان.

$\angle 3 \cong \angle 4$	نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
$m\angle 3 = m\angle 4$	تعريف تطابق الزوايا
$6x + 2 = 8x - 14$	بالتعويض
$6x + 2 + 14 = 8x - 14 + 14$	خاصية الجمع للمساواة
$6x + 16 = 8x$	بالتبسيط
$6x + 16 - 6x = 8x - 6x$	خاصية الطرح للمساواة
$16 = 2x$	بالتبسيط
$\mathbf{8 = x}$	خاصية القسمة للمساواة

لإيجاد $m\angle 3$ نعوض $\mathbf{x = 8}$:

$m\angle 3 = (6x + 2)^\circ$	معطيات
$= (6(8) + 2)^\circ$	بالتعويض
$= 50^\circ$	بالتبسيط

إيجاد $m\angle 4$:

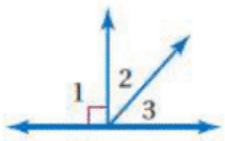
$\angle 4 \cong \angle 3$	نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
$m\angle 4 = m\angle 3$	تعريف تطابق الزوايا
$= 50^\circ$	بالتعويض

تأكـد

رقم الصفحة في الكتاب 71

المثال 1 أوجد قياس الزوايا المرقّمة في كلٍّ مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

1) $m\angle 2 = x°,\ m\angle 3 = (x-16)°$



الحل:

$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$	مسلمة جمع قياسات الزوايا
$90^\circ + x^\circ + (x-16)^\circ = 180^\circ$	بالتعويض
$2x + 74 = 180$	بالتبسيط
$2x + 74 - 74 = 180 - 74$	خاصية الطرح للمساواة
$2x = 106$	بالتبسيط
$\boldsymbol{x = 53}$	خاصية القسمة للمساواة

لإيجاد $m\angle 2$ نعوض $\boldsymbol{x = 53}$:

$m\angle 2 = x^\circ$	معطيات
$m\angle 2 = 53^\circ$	بالتعويض

إيجاد $m\angle 3$:

$m\angle 2 + m\angle 3 = 90^\circ$	نظرية الزاويتين المتتامتين
$53^\circ + m\angle 3 = 90^\circ$	بالتعويض
$53^\circ + m\angle 3 - 53^\circ = 90^\circ - 53^\circ$	خاصية الطرح للمساواة
$m\angle 3 = 37^\circ$	بالتبسيط

2 $m\angle 4 = (3(x-1))^\circ, m\angle 5 = (x+7)^\circ$

الحل:

بما أن $\angle 4$ و $\angle 5$ متجاورتين على مستقيم فإنهما متكاملتان.

$m\angle 4 + m\angle 5 = 180^\circ$	نظرية الزاويتين المتكاملتين
$3(x-1) + (x+7) = 180$	بالتعويض
$3(x) - 3(1) + x + 7 = 180$	خاصية التوزيع
$4x + 4 = 180$	بالتبسيط
$4x + 4 - 4 = 180 - 4$	خاصية الطرح للمساواة
$4x = 176$	بالتبسيط
$\boldsymbol{x = 44}$	خاصية القسمة للمساواة

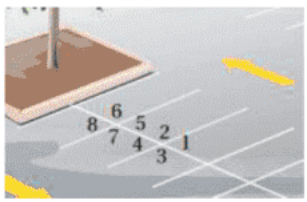
لإيجاد $m\angle 5$ نعوض $\boldsymbol{x = 44}$:

$m\angle 5 = (x+7)^\circ$	معطيات
$= (44+7)^\circ$	بالتعويض
$= 51^\circ$	بالتبسيط

إيجاد $m\angle 4$:

$m\angle 4 + m\angle 5 = 180^\circ$	نظرية الزاويتين المتكاملتين
$m\angle 4 + 51^\circ = 180^\circ$	بالتعويض
$m\angle 4 + 51^\circ - 51^\circ = 180^\circ - 51^\circ$	خاصية الطرح للمساواة
$m\angle 4 = 129^\circ$	بالتبسيط

المثال 2 3) **موقف:** استعمل مخطط موقف السيارات المجاور.
إذا علمت أن $\angle 6 \cong \angle 2$ ، فأثبت أن $\angle 8 \cong \angle 4$



الحل:

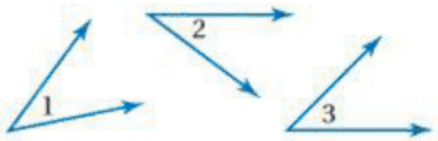
المعطيات: $\angle 6 \cong \angle 2$

المطلوب: $\angle 8 \cong \angle 4$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle 6 \cong \angle 2$	1) معطيات
2) $\angle 6 = \angle 2$	2) تعريف تطابق الزوايا
3) $\angle 6, \angle 8$ متكاملتان $\angle 2, \angle 4$ متكاملتان	3) متجاورتين على مستقيم
4) $m\angle 6 + m\angle 8 = 180$ $m\angle 2 + m\angle 4 = 180$	4) نظرية الزاويتين المتكاملتين
5) $m\angle 2 + m\angle 8 = 180$	5) بالتعويض
6) $m\angle 2 + m\angle 4 - m\angle 2 = 180 - m\angle 2$ $m\angle 2 + m\angle 8 - m\angle 2 = 180 - m\angle 2$	6) خاصية الطرح للمساواة
7) $m\angle 4 = 180 - m\angle 2$ $m\angle 8 = 180 - m\angle 2$	7) بالتبسيط
8) $m\angle 4 = m\angle 8$	8) بالتعويض
9) $\angle 4 \cong \angle 8$	9) تعريف تطابق الزوايا

المثال 3 4) **برهان:** فيما يأتي أكمل برهان إحدى حالات نظرية تطابق المتممات.



المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان.

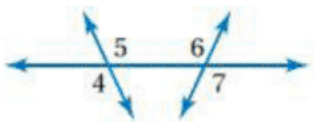
$\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.

المطلوب: $\angle 1 \cong \angle 2$

البرهان:

العبارات	المبررات
a) $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان. $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.	a) معطيات ؟
b) $m\angle 1 + m\angle 3 = 90°$ $m\angle 2 + m\angle 3 = 90°$	b) تعريف الزاويتين المتتامتين ؟
c) $m\angle 1 + m\angle 3 = m\angle 2 + m\angle 3$	c) بالتعويض ؟
d) $m\angle 1 = m\angle 2$	d) خاصية الطرح للمساواة ؟
e) $\angle 1 \cong \angle 2$	e) تعريف تطابق الزوايا ؟

المثال 4 5) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين فيما يأتي:



المعطيات: $\angle 7 \cong \angle 4$

المطلوب: $\angle 6 \cong \angle 5$

الحل:

المعطيات: $\angle 7 \cong \angle 4$

المطلوب: $\angle 6 \cong \angle 5$

البرهان:

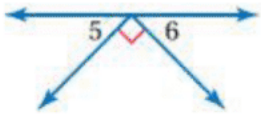
العبارات	المبررات
1) $\angle 7 \cong \angle 4$	1) معطيات
2) $\angle 4 \cong \angle 5$ و $\angle 7 \cong \angle 6$	2) نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
3) $\angle 4 \cong \angle 6$	3) خاصية التعدي للتطابق
4) $\angle 6 \cong \angle 5$	4) خاصية التعدي للتطابق

تدرب وحل المسائل

رقم الصفحة في الكتاب 63

الأمثلة 3-1 أوجد قياس الزوايا المرقَّمة في كلٍّ مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

6) $m\angle 5 = m\angle 6$



الحل:

$90^\circ + m\angle 5 + m\angle 6 = 180^\circ$	مسلمة جمع قياسات الزوايا
$90^\circ + m\angle 5 + m\angle 5 = 180^\circ$	بالتعويض $m\angle 5 = m\angle 6$
$90^\circ + 2m\angle 5 = 180$	بالتبسيط
$90^\circ - 90^\circ + 2m\angle 5 = 180^\circ - 90^\circ$	خاصية الطرح للمساواة
$2m\angle 5 = 90^\circ$	بالتبسيط
$m\angle 5 = 45^\circ$	خاصية القسمة للمساواة

لإيجاد $m\angle 6$:

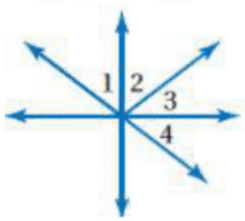
$m\angle 6 = m\angle 5$	معطيات
$m\angle 6 = 45^\circ$	بالتعويض

---

7) $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان،

$\angle 1 \cong \angle 4$ ،

$m\angle 2 = 28^\circ$



الحل:

$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180^\circ$	مسلمة جمع قياسات الزوايا
$m\angle 1 + 90^\circ + m\angle 1 = 180^\circ$	بالتعويض $m\angle 1 = m\angle 4 , m\angle 2 + m\angle 3 = 90^\circ$
$90^\circ + 2m\angle 1 = 180^\circ$	بالتبسيط

$90^\circ - 90^\circ + 2m\angle 1 = 180^\circ - 90^\circ$	خاصية الطرح للمساواة
$2m\angle 1 = 90^\circ$	بالتبسيط
$m\angle 1 = 45^\circ$	خاصية القسمة للمساواة

إيجاد $m\angle 4$:

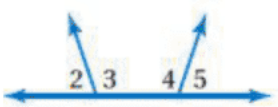
$m\angle 4 = m\angle 1$	معطيات
$m\angle 4 = 45^\circ$	بالتعويض

إيجاد $m\angle 3$:

$m\angle 2 + m\angle 3 = 90^\circ$	نظرية الزاويتين المتتامتين
$28^\circ + m\angle 3 = 90^\circ$	بالتعويض
$28^\circ - 28^\circ + m\angle 3 = 90^\circ - 28^\circ$	خاصية الطرح للمساواة
$m\angle 3 = 62^\circ$	بالتبسيط

---

8) $\angle 2$ و $\angle 4$ متكاملتان،
$\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملتان،
$m\angle 4 = 105^\circ$



الحل:

إيجاد $m\angle 2$:

$m\angle 2 + m\angle 4 = 180^\circ$	نظرية الزاويتين المتكاملتين
$m\angle 2 + 105^\circ = 180^\circ$	بالتعويض
$m\angle 2 + 105^\circ - 105^\circ = 180^\circ - 105^\circ$	خاصية الطرح للمساواة
$m\angle 2 = 75^\circ$	بالتبسيط

إيجاد $m\angle 5$:

$\angle 5 \cong \angle 2$	نظرية تطابق المكملات
$m\angle 5 = m\angle 2$	تعريف تطابق الزوايا
$m\angle 5 = 75^\circ$	بالتعويض

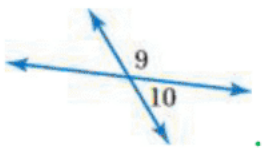
إيجاد $m\angle 3$:

$m\angle 3 + m\angle 2 = 180^\circ$	نظرية الزاويتين المتكاملتين
$m\angle 3 + 75^\circ = 180^\circ$	بالتعويض
$m\angle 3 + 75^\circ - 75^\circ = 180^\circ - 75^\circ$	خاصية الطرح للمساواة
$m\angle 3 = 105^\circ$	بالتبسيط

---

9 $m\angle 9 = (3x + 12)^\circ$

$m\angle 10 = (x - 24)^\circ$



الحل:

بما أن $\angle 9$ و $\angle 10$ متجاورتين على مستقيم فإنهما متكاملتان.

$m\angle 9 + m\angle 10 = 180^\circ$	نظرية الزاويتين المتكاملتين
$3x + 12 + x - 24 = 180$	بالتعويض
$4x - 12 = 180$	بالتبسيط
$4x - 12 + 12 = 180 + 12$	خاصية الجمع للمساواة
$4x = 192$	بالتبسيط
$\boldsymbol{x = 48}$	خاصية القسمة للمساواة

لإيجاد $m\angle 9$ نعوض $\boldsymbol{x = 48}$:

$m\angle 9 = (3x + 12)^\circ$	معطيات
$= (3(48) + 12)^\circ$	بالتعويض
$= 156^\circ$	بالتبسيط

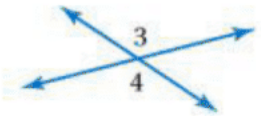
إيجاد $m\angle 10$:

$m\angle 9 + m\angle 10 = 180^\circ$	نظرية الزاويتين المتكاملتين
$156^\circ + m\angle 10 = 180^\circ$	بالتعويض
$156^\circ - 156^\circ + m\angle 10 = 180^\circ - 156^\circ$	خاصية الطرح للمساواة
$m\angle 10 = 24^\circ$	بالتبسيط

المثال 4 أوجد قياس الزوايا المرقمة في كلٍّ مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

10 $m\angle 3 = (2x + 23)^\circ$

$m\angle 4 = (5x - 112)^\circ$



الحل:

بما أن $\angle 3$ و $\angle 4$ متقابلتين بالرأس فإنهما متطابقتان.

$\angle 3 \cong \angle 4$	نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
$m\angle 3 = m\angle 4$	تعريف تطابق الزوايا
$2x + 23 = 5x - 112$	بالتعويض
$2x + 23 + 112 = 5x - 112 + 112$	خاصية الجمع للمساواة
$2x + 135 = 5x$	بالتبسيط
$2x + 135 - 2x = 5x - 2x$	خاصية الطرح للمساواة
$135 = 3x$	بالتبسيط
$\mathbf{45 = x}$	خاصية القسمة للمساواة

لإيجاد $m\angle 3$ نعوض $\mathbf{x = 45}$:

$m\angle 3 = (2x + 23)^\circ$	معطيات
$= (2(45) + 23)^\circ$	بالتعويض
$= 113^\circ$	بالتبسيط

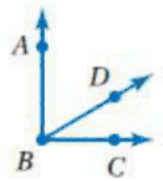
إيجاد $m\angle 4$:

$\angle 4 \cong \angle 3$	نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
$m\angle 4 = m\angle 3$	تعريف تطابق الزوايا
$= 113^\circ$	بالتعويض

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين في كلٍّ مما يأتي:

12) المعطيات: $\angle ABC$ زاوية قائمة.

المطلوب: $\angle ABD, \angle CBD$ متتامتان.



الحل:

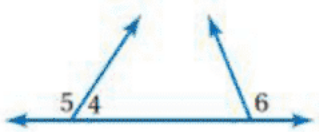
البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle ABC$ زاوية قائمة	1) معطيات
2) $m\angle ABC = 90^\circ$	2) تعريف الزاوية القائمة
3) $m\angle ABC = m\angle ABD + m\angle CBD$	3) مسلمة جمع الزوايا
4) $m\angle ABD + m\angle CBD = 90^\circ$	4) بالتعويض
5) $\angle ABC$, $\angle CBD$ متتامتان	5) تعريف الزاويتين المتتامتين

---

13) المعطيات: $\angle 5 \cong \angle 6$

المطلوب: $\angle 4, \angle 6$ متكاملتان.



الحل:

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle 5 \cong \angle 6$	1) معطيات
2) $m\angle 5 = m\angle 6$	2) تعريف تطابق الزوايا

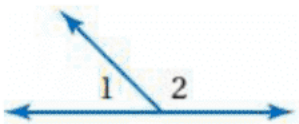
3) $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملتان	3) زاويتان متجاورتان على مستقيم
4) $m\angle 4 + m\angle 5 = 180^\circ$	4) تعريف الزاويتين المتكاملتين
5) $m\angle 4 + m\angle 6 = 180^\circ$	5) بالتعويض
6) $\angle 4$ و $\angle 6$ متكاملتان	6) تعريف الزاويتين المتكاملتين

اكتب برهانًا لكلٍّ من النظريات الآتية:

14) نظرية الزاويتين المتكاملتين.

الحل:

المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم.



المطلوب: $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

البرهان:

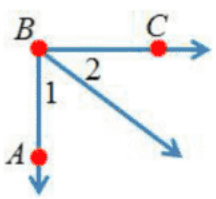
برهان حر:

عندما تكون الزاويتان متجاورتين على مستقيم، فإن الزاوية الناتجة عنهما تكون زاوية مستقيمة قياسها 180°، وبالتعريف تكون الزاويتان متكاملتين إذا كان مجموع قياسهما 180°، وباستعمال مسلمة جمع الزوايا $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$. ومن ذلك تكون الزاويتان متكاملتين إذا كانتا متجاورتين على مستقيم.

---

15) نظرية الزاويتين المتتامتين.

الحل:



المعطيات: $\angle ABC$ قائمة.

المطلوب: $\angle 1$ و $\angle 2$ متتامتان.

البرهان:

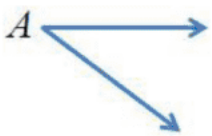
العبارات	المبررات
1) $\angle ABC$ زاوية قائمة	1) معطيات
2) $m\angle ABC = 90^\circ$	2) تعريف الزاوية القائمة
3) $m\angle ABC = m\angle 1 + m\angle 2$	3) مسلمة جمع الزوايا

4) $m\angle 1 + m\angle 2 = 90^\circ$	4) بالتعويض
5) $\angle ABC$, $\angle CBD$ متتامتان	5) تعريف الزاويتين المتتامتين

---

16) خاصية الانعكاس للتطابق.

الحل:



المعطيات: $\angle A$

المطلوب: $\angle A \cong \angle A$

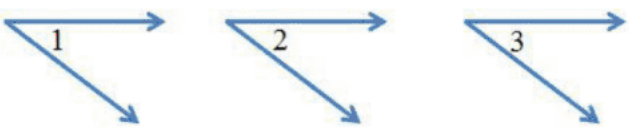
البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle A$	1) معطيات
2) $m\angle A = m\angle A$	2) خاصية الانعكاس للمساواة
3) $\angle A \cong \angle A$	3) تعريف تطابق الزوايا

---

17) خاصية التعدي للتطابق.

الحل:



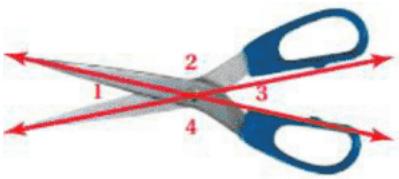
المعطيات: $\angle 2 \cong \angle 3$, $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: $\angle 1 \cong \angle 3$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle 2 \cong \angle 3$, $\angle 1 \cong \angle 2$	1) معطيات
2) $m\angle 2 = m\angle 3$, $m\angle 1 = m\angle 2$	2) تعريف تطابق الزوايا
3) $m\angle 1 = m\angle 3$	3) خاصية التعدي للمساواة
4) $\angle 1 \cong \angle 3$	4) تعريف تطابق الزوايا

18) برهان: أثبت أن مجموع قياسات الزوايا الأربع الناتجة عند فتح المقص يساوي 360°



الحل:

المعطيات: $\angle 1$ ، $\angle 2$ ، $\angle 3$ ، $\angle 4$ ناتجة عن تقاطع مستقيمين

المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 1 + m\angle 1 + m\angle 1 = 360^\circ$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle 1$ ، $\angle 2$ ، $\angle 3$ ، $\angle 4$ ناتجة عن تقاطع مستقيمين	1) معطيات
2) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ ، $m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$	2) نظرية الزاويتين المتكاملتين
3) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ + m\angle 3$	3) خاصية الجمع للمساواة
4) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180^\circ + m\angle 3 + m\angle 4$	4) تعريف تطابق الزوايا
5) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180^\circ + 180^\circ$	5) بالتعويض
6) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 360^\circ$	6) بالتبسيط

---

19) طبيعة: الأفعى المجلجلة أفعى سامّة، ويوجد على جلدها زركشة تأخذ أشكالًا نمطية. انظر إلى الشكل أدناه، والذي يمثّل صورة مكبرة لجلد الأفعى المبيَّنة جهة اليمين.
إذا كانت $\angle 4 \cong \angle 1$ ، فأثبت أن $\angle 3 \cong \angle 2$.

الحل:

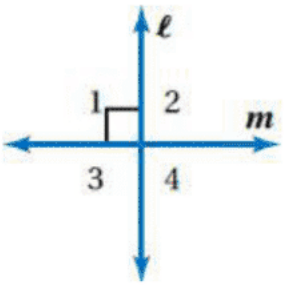
المعطيات: $\angle 4 \cong \angle 1$

المطلوب: $\angle 3 \cong \angle 2$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle 4 \cong \angle 1$	1) معطيات
2) $\angle 3 \cong \angle 4$ ، $\angle 2 \cong \angle 1$	2) نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
3) $\angle 3 \cong \angle 1$	3) خاصية التعدي للتطابق
4) $\angle 2 \cong \angle 3$	4) خاصية التعدي للتطابق

برهان: استعمل الشكل المجاور لكتابة برهان لكلٍّ من النظريات الآتية.



20) نظرية 1.9

الحل:

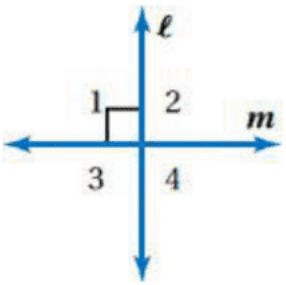
المعطيات: $\ell \perp m$

المطلوب: $\angle 4 , \angle 3 , \angle 2$ قوائم

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\ell \perp m$	1) معطيات
2) $\angle 1$ قائمة	2) تعريف التعامد
3) $m\angle 1 = 90^\circ$	3) تعريف الزاوية القائمة
4) $\angle 1 \cong \angle 4$	4) نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
5) $m\angle 1 = m\angle 4$	5) تعريف تطابق الزوايا
6) $m\angle 4 = 90^\circ$	6) بالتعويض
7) $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم $\angle 3$ و $\angle 4$ متجاورتان على مستقيم	7) تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم
8) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ $m\angle 4 + m\angle 3 = 180^\circ$	8) نظرية الزاويتين المتكاملتين
9) $90^\circ + m\angle 2 = 180^\circ$ $90^\circ + m\angle 3 = 180^\circ$	9) بالتعويض
10) $m\angle 2 = 90^\circ$, $m\angle 2 = 90^\circ$	10) خاصية الطرح للمساواة
11) $\angle 4 , \angle 3 , \angle 2$ قوائم	11) تعريف الزاوية القائمة

21) نظرية 1.10



الحل:

المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ قائمة

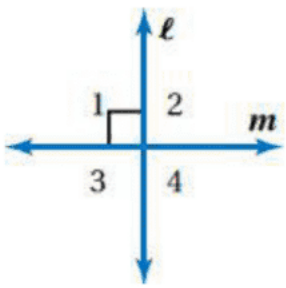
المطلوب: $\angle 1 \cong \angle 2$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ قائمة	1) معطيات
2) $m\angle 1 = 90^\circ , m\angle 2 = 90^\circ , m\angle 3 = 90^\circ , m\angle 4 = 90^\circ$	2) تعريف الزاوية القائمة
3) $m\angle 1 = m\angle 2 = m\angle 3 = m\angle 4$	3) بالتعويض
4) $\angle 1 \cong \angle 2 \cong \angle 3 \cong \angle 4$	4) تعريف تطابق الزوايا

---

22) نظرية 1.11



الحل:

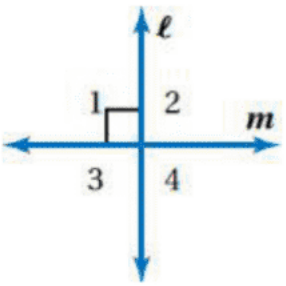
المعطيات: $\ell \perp m$

المطلوب: $\angle 1 \cong \angle 2$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\ell \perp m$	1) معطيات
2) $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ قائمة	2) يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونان 4 زوايا قائمة
3) $\angle 1 \cong \angle 2 \cong \angle 3 \cong \angle 4$	3) الزوايا القائمة جميعها متطابقة

23) نظرية 1.12



الحل:

المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان، $\angle 2 \cong \angle 1$

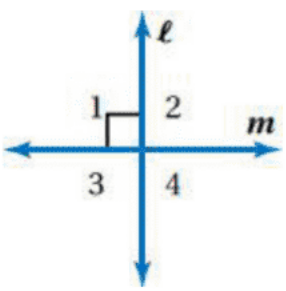
المطلوب: $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان، $\angle 2 \cong \angle 1$	1) معطيات
2) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$	2) تعريف الزوايا المتكاملة
3) $m\angle 1 = m\angle 2$	3) تعريف تطابق الزوايا
4) $m\angle 1 + m\angle 1 = 180^\circ$	4) بالتعويض
5) $2(m\angle 1) = 180^\circ$	5) بالتبسيط
6) $m\angle 1 = 90^\circ$	6) خاصية القسمة للمساواة
7) $m\angle 2 = 90^\circ$	7) بالتعويض
8) $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان	8) تعريف الزاوية القائمة

---

24) نظرية 1.13



الحل:

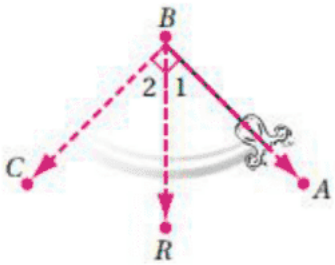
المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم، $\angle 2 \cong \angle 1$

المطلوب: $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم، $\angle 2 \cong \angle 1$	1) معطيات
2) $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متكاملتان	2) نظرية الزاويتين المتكاملتين
3) $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان	3) إذا كانت الزاويتان متكاملتين ومتطابقتين، فإنهما قائمتان

25) بندول: يظهر في الشكل المجاور وضع بندول ساعة تقليدية.
إذا علمت أن $\angle ABC$ قائمة. وأن $m\angle 1 = 45^\circ$،
فاكتب برهانًا حرًّا لإثبات أن $\overrightarrow{BR}$ ينصف $\angle ABC$.



الحل:

المعطيات: $\angle ABC$ قائمة، $m\angle 1 = 45^\circ$.

المطلوب: إثبات أن $\overrightarrow{BR}$ ينصف $\angle ABC$.

البرهان (برهان حر):

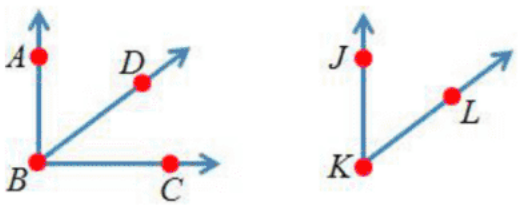
بما أن $\angle ABC$ قائمة فإن قياسها يساوي 90°، $\overrightarrow{BR}$ يقسم $\angle ABC$ إلى $\angle ABR$ و $\angle CBR$، وباستعمال مسلمة جمع الزوايا $m\angle ABR + m\angle CBR = m\angle ABC$ وبالتعويض $m\angle ABR + m\angle CBR = 90^\circ$ وبالتعويض مرة ثانية $m\angle 1 + m\angle 2 = 90^\circ$ وبما أن $m\angle 1 = 45^\circ$ إذاً $45^\circ + m\angle 2 = 90^\circ$ وباستعمال خاصية الطرح للمساواة $45^\circ - 45^\circ + m\angle 2 = 90^\circ - 45^\circ$ فإن $m\angle 2 = 45^\circ$. وبما أن $m\angle 1$ و $m\angle 2$ متساو، فإن $\overrightarrow{BR}$ يكون منصفاً للزاوية $\angle ABC$ بتعريف منصف الزاوية.

---

26) تمثيلات متعددة: في هذه المسألة سوف تستكشف علاقات الزوايا.

a) هندسيًّا: استعمل المنقلة لرسم زاوية قائمة ABC، وحدد نقطة داخلها، وسمّها D. ارسم $\overrightarrow{BD}$.
ثم ارسم $\overrightarrow{KL}$ ، وارسم $\angle JKL$ التي تطابق $\angle ABD$.

الحل:



b) لفظيًّا: ضع تخمينًا حول العلاقة بين $\angle JKL$ و $\angle DBC$.

الحل:

$\angle JKL$ و $\angle DBC$ متتامتان.

c) منطقيًّا: أثبت صحة التخمين الذي وضعته.

الحل:

المعطيات: $\angle ABD$ و $\angle DBC$ متتامتان، $\angle ABD \cong \angle JKL$

المطلوب: $\angle JKL$ و $\angle DBC$ متتامتان

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle ABD$ و $\angle DBC$ متتامتان، $\angle ABD \cong \angle JKL$	1) معطيات
2) $m\angle DBC + m\angle ABD = 90^\circ$	2) تعريف الزاويتين المتتامتين
3) $m\angle ABD = m\angle JKL$	3) تعريف تطابق الزوايا
4) $m\angle DBC + m\angle JKL = 90^\circ$	4) بالتعويض
5) $\angle JKL$ و $\angle DBC$ متتامتان	5) تعريف الزاويتين المتتامتين

مسائل مهارات التفكير العليا

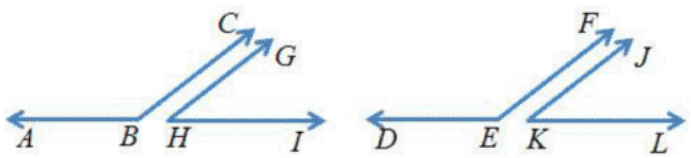
رقم الصفحة في الكتاب 73

27) تحدٍّ: لقد تم إثبات حالة واحدة من نظرية تطابق المكملات، وفي السؤال 4 برهنت الحالة المشابهة من نظرية تطابق المتممات. فسّر لماذا توجد حالتان لكلٍّ من هاتين النظريتين، واكتب برهانًا للحالة الثانية لكلٍّ منهما.

الحل:

وردت العبارة: "**أو لزاويتين متطابقتين**" في نصي النظريتين، وهذا يعني أن علينا إثبات النظريتين في هذه الحالة أيضاً.

نظرية تطابق المكملات – الحالة الثانية:



الحل:

المعطيات: $\angle ABC \cong \angle DEF$، $\angle GHI$ مكملة $\angle ABC$، $\angle JKL$ مكملة $\angle DEF$.

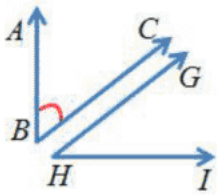
المطلوب: $\angle GHI \cong \angle JKL$

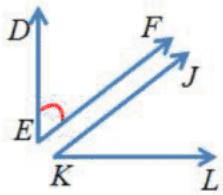
البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle ABC \cong \angle DEF$، $\angle GHI$ مكملة $\angle ABC$، $\angle JKL$ مكملة $\angle DEF$	1) معطيات
2) $m\angle ABC = m\angle DEF$	2) تعريف تطابق الزوايا
3) $m\angle ABC + m\angle GHI = 180^\circ, m\angle DEF + m\angle JKL = 180^\circ$	3) تعريف الزاويتين المتكاملتين
4) $m\angle ABC + m\angle JKL = 180^\circ$	4) بالتعويض
5) $180^\circ = m\angle ABC + m\angle JKL$	5) خاصية التماثل للمساواة

6) $m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL$	6) خاصية التعدي للمساواة
7) $m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle JKL$	7) خاصية الطرح للمساواة
8) $m\angle GHI = m\angle JKL$	8) بالتبسيط
9) $\angle GHI \cong \angle JKL$	9) تعريف تطابق الزوايا

نظرية تطابق المتممات– الحالة الثانية:





الحل:

المعطيات: $\angle DEF \cong \angle ABC$، $\angle GHI$ متممة $\angle ABC$، $\angle JKL$ متممة $\angle DEF$.

المطلوب: $\angle GHI \cong \angle JKL$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle DEF \cong \angle ABC$، $\angle GHI$ متممة $\angle ABC$، $\angle JKL$ متممة $\angle DEF$	1) معطيات
2) $m\angle ABC = m\angle DEF$	2) تعريف تطابق الزوايا
3) $m\angle ABC + m\angle GHI = 90^\circ, m\angle DEF + m\angle JKL = 90^\circ$	3) تعريف الزاويتين المتتامتين
4) $m\angle ABC + m\angle JKL = 90^\circ$	4) بالتعويض
5) $90^\circ = m\angle ABC + m\angle JKL$	5) خاصية التماثل للمساواة
6) $m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL$	6) خاصية التعدي للمساواة
7) $m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle JKL$	7) خاصية الطرح للمساواة
8) $m\angle GHI = m\angle JKL$	8) بالتبسيط
9) $\angle GHI \cong \angle JKL$	9) تعريف تطابق الزوايا

28) تبرير: حدد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أحيانًا أو صحيحة دائما أو غير صحيحة أبدًا. فسّر تبريرك.

إذا كانت إحدى الزوايا المتكونة من مستقيمين متقاطعين حادة، فإن الزوايا الثلاث الأخرى المتكونة من هذا التقاطع حادة أيضًا.

الحل:

غير صحيحة أبداً، كل زاويتين متجاورتين ناشئتان من تقاطع مستقيمين تكونان متجاورتين على مستقيم. وإذا كانت إحدى هاتين الزاويتين حادة فسيكون قياسها أقل من 90°، وسيكون قياس مكملتها أكثر من 90° لأن ناتج طرح عدد أقل من 90° من العدد 180° سيكون عدداً أكبر من 90° دائماً.

---

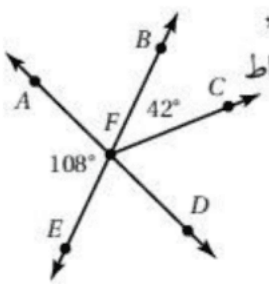
29) اكتب: فسّر كيف يمكن استعمال المنقلة لإيجاد قياس الزاوية المتممة لزاويةٍ أخرى بطريقةٍ سريعة.

الحل: بما أن المنقلة تتضمن تدريجاً للزوايا الحادة وآخر للزوايا المنفرجة فإن قياس المكملة هو القياس المقابل لقياس الزاوية المعلومة على التدريج الآخر من المنقلة.

تدريب على اختبار

رقم الصفحة في الكتاب 73

30) في الشكل المجاور إذا كانت النقاط F,E, B تقع على استقامة واحدة، وكذلك النقاط A,F,D ، فأوجد قياس $\angle CFD$



A 66° **B** 72° **C** 108° **D** 138°

الحل: الإجابة الصحيحة ***A***

شرح الحل:

بما أن $\angle AFE$ و $\angle BFD$ متقابلتين بالرأس فإنهما متطابقتان.

$\angle BFD \cong \angle AFE$	نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
$m\angle BFD = m\angle AFE$	تعريف تطابق الزوايا
$m\angle BFC + m\angle CFD = 108^\circ$	بالتعويض
$42^\circ + m\angle CFD = 108^\circ$	بالتعويض
$42^\circ - 42^\circ + m\angle CFD = 108^\circ - 42^\circ$	خاصية الطرح للمساواة
$m\angle CFD = 66^\circ$	بالتبسيط

35) إذا كان $a - b = x$ و $b = 3$، فإن $a - 3 = x$

الحل:

خاصية التعويض للمساواة.

---

36) إذا كان $x(y + z) = 4$، فإن $xy + xz = 4$

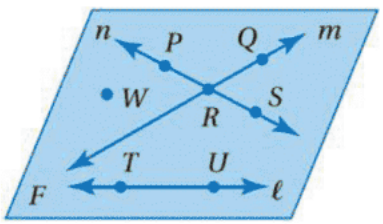
الحل:

خاصية التوزيع.

استعد للدرس اللاحق

رقم الصفحة في الكتاب 73

استعمل الشكل المجاور للإجابة عما يأتي:



37) سمّ مستقيمًا يحوي النقطة P.

الحل: المستقيم n

---

38) سمّ تقاطع المستقيمين n و m.

الحل: النقطة R

---

39) سمّ نقطة لا تقع على أيٍّ من المستقيمات ℓ, m, n.

الحل: النقطة W

---

40) اذكر اسمًا آخر للمستقيم n.

الحل: $\overleftrightarrow{PS}$

---

41) هل يتقاطع المستقيم ℓ مع المستقيم m أو المستقيم n؟ فسر إجابتك.

الحل:

نعم، يتقاطع المستقيم l مع كل من المستقيمين m و n، وذلك عند مدّ المستقيمات الثلاثة.

3) يستعمل التبرير الاستنتاجي قوانين ونظريات للوصول إلى نتائج منطقية من العبارات المعطاة. صحيحة

4) ينتج المعاكس الإيجابي عن نفي الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية. خاطئة، المعكوس

5) تتكون عبارة الوصل المنطقي من ربط عبارتين أو أكثر باستعمال (و). صحيحة

6) النظرية يُسلّم بصحتها دائمًا. خاطئة، المسلمة

7) ينتج العكس بتبديل الفرض مع النتيجة في العبارة الشرطية. صحيحة

8) لإثبات أن التخمين خاطئ، يجب أن يُعطي برهان. خاطئة، مثال مضاد

9) يمكن أن يكتب معكوس العبارة p، على صورة ليس p. خاطئة، نفي

10) في البرهان ذي العمودين الخصائص التي تبرر كل خطوة تسمى المبررات. صحيحة

مراجعة الدروس

1-1 التبرير الاستقرائي والتخمين (ص 12-18)

حدد ما إذا كان أيٌّ من التخمينين الآتيين صحيحًا أو خاطئًا، وإذا كان التخمين خاطئًا، فأعطِ مثالًا مضادًّا.

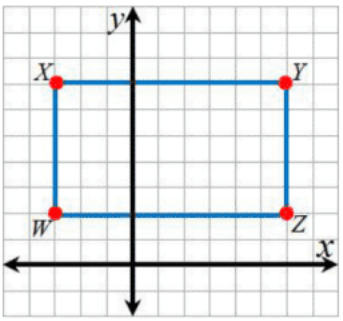
11) إذا كانت $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتين، فإنهما متجاورتان على مستقيم.

الحل:

التخمين **خاطئ**، قد تكون الزاويتان المتكاملتان غير متجاورتين على مستقيم.

---

12) إذا أعطيت النقاط $W(-3,2), X(-3,7), Y(6,7), Z(6,2)$، فإن الشكل الرباعي $WXYZ$ مستطيل.



الحل:

التخمين **صحيح**

---

13) **منازل:** معظم أسطح المنازل في البلدان القريبة من القطب الشمالي تكون مائلة، بينما تكون مستوية في المناطق الحارة. أعط تخمينًا عن سبب اختلاف الأسطح.

الحل:

معظم المنازل في البلدان القريبة من القطب الشمالي تكون مائلة **حتى لا تتراكم عليها الثلوج.**

1-2 المنطق (ص 25-19)

استعمل العبارات p, q, r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها. فسّر تبريرك.

p: يحوي المستوى ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

q: الياردة المربعة تكافئ ثلاث أقدام مربعة.

r: مجموع قياسَي الزاويتين المتتامتين يساوي $180°$.

14) $\sim q \vee r$

الحل:

$\sim q \vee r$: الياردة المربعة لا تكافئ ثلاث أقدام مربعة، أو مجموع قياسي الزاويتين المتتامتين يساوي $180°$.

بما أن $\sim q$ صائبة ، فإن $\sim q \vee r$ **صائبة.** وكون العبارة r خاطئة لا يؤثر.

---

15) $p \wedge \sim r$

الحل:

$p \wedge \sim r$: يحوي المستوى ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، ومجموع قياسي الزاويتين المتتامتين يساوي $180°$.

بما أن كلا العبارتين p و $\sim r$ صائبتان، فإن عبارة الوصل $p \wedge \sim r$ **صائبة.**

---

16) $\sim p \vee q$

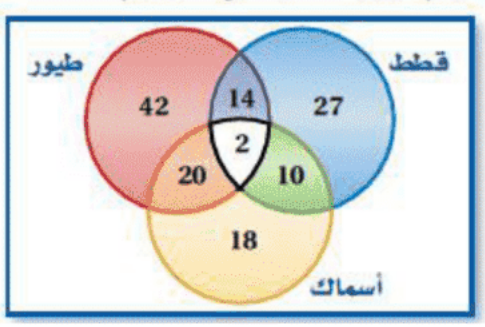
الحل:

$\sim p \vee q$: لا يحوي المستوى أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، أو الياردة المربعة تكافئ ثلاث أقدام مربعة.

بما أن كلا العبارتين خاطئة، فإن $\sim p \vee q$ **خاطئة.**

---

17) حيوانات أليفة: شكل ڤن الآتي يُظهر عدد الأشخاص الذين لديهم حيوانات أليفة في منازلهم.



a) ما عدد الأشخاص الذين لديهم أسماك فقط؟

الحل:

عدد الأشخاص الذين لديهم أسماك فقط هو **18 شخص**.

---

b) ما عدد الأشخاص الذين لديهم قطط وطيور فقط؟

الحل:

عدد الأشخاص الذين لديهم قطط وطيور فقط هو **14 شخص**.

---

c) ما عدد الأشخاص الذين لديهم طيور وأسماك؟

الحل:

عدد الأشخاص الذين لديهم طيور وأسماك هو $2 + 20 = 22$ **شخص**.

1-3 العبارات الشرطية (ص 35-26)

حدِّد قيمة الصواب للعبارتين الشرطيتين الآتيتين، وإذا كانت العبارة صائبة، ففسِّر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة فأعطِ مثالًا مضادًّا.

18) إذا ربَّعت العدد الصحيح، فإن الناتج يكون عددًا صحيحًا موجبًا.

الحل:

صائبة. كلما كان الفرض (ربعت العدد الصحيح) صائباً، فإن النتيجة (الناتج يكون عددا صحيح موجب) تكون صائبة أيضاً. وعليه فإن العبارة الشرطية **صائبة**.

---

19) إذا كان للشكل السداسي ثمانية أضلاع، فإن جميع زواياه تكون منفرجة.

الحل:

صائبة. لا يمكن أن يكون للشكل السداسي ثمانية أضلاع، إذاً الفرض خاطئ وعندما يكون الفرض خاطئاً، فإن العبارة الشرطية تكون **صائبة**.

20) اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية الصائبة الآتية. ثم حدد ما إذا كانت أيٌّ منها صائبة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فأعط مثالًا مضادًّا.

إذا كانت الزاويتان متطابقتين، فإن لهما القياس نفسه.

الحل:

العبارة الشرطية: إذا كانت الزاويتان متطابقتين، فإن لهما القياس نفسه.

العكس: إذا كان للزاويتين القياس نفسه فإنهما متطابقتان. **صائبة**.

المعكوس: إذا لم تكن الزاويتان متطابقتين، فإنه لا يكون لهما القياس نفسه. **صائبة**.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن للزاويتين القياس نفسه، فإنهما غير متطابقتين. **صائبة**.

1-4 التبرير الاستنتاجي (ص 44-37)

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي؛ لتحصل على نتيجة صائبة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. وإذا تعذر الحصول على نتيجة صائبة، فاكتب "لا نتيجة صائبة". فسِّر تبريرك.

21) **المعطيات:** إذا نصّف قطرا الشكل الرباعي كلٌّ منهما الآخر، فإن الشكل متوازي أضلاع.

ينصف قطرا الشكل الرباعي $PQRS$ كلٌّ منهما الآخر.

الحل:

الشكل متوازي $PQRS$ أضلاع. **قانون الفصل المنطقي.**

---

22) **المعطيات:** إذا واجهت عائشة صعوبة في مادة العلوم، فإنها ستخصص وقتًا إضافيًّا لدراسة المادة.

إذا لم تذهب عائشة للسوق، فإنها ستخصص وقتًا إضافيًّا لدراسة مادة العلوم.

الحل:

لا نتيجة صائبة. لأن نتيجة العبارة الشرطية الأولى ليست فرضاً للعبارة الشرطية الثانية، وبالتالي لا يمكن استعمال قانون القياس المنطقي.

23) **زلازل:** حدِّد ما إذا كانت النتيجة صائبة أم لا فيما يأتي، اعتمادًا على المعطيات. فسِّر تبريرك.

المعطيات: إذا كانت قوة الزلزال 7.0 درجات فأكثر على مقياس ريختر، فإنه يُعتبر زلزالًا مدمرًا، ويحدث دمارًا وخرابًا كبيرين.

كانت قوة زلزال سان فرانسيسكو عام 1906م 8.0 درجات على مقياس ريختر.

نتيجة: كان زلزال سان فرانسيسكو عام 1906م زلزالًا مدمرًا، وأحدث دمارًا وخرابًا كبيرين.

الحل:

النتيجة صائبة. **قانون الفصل المنطقي.**

1-5 المسلَّمات والبراهين الحرة (ص 45-51)

حدِّد ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. فسِّر تبريرك.

24) يتقاطع المستويان في نقطة.

الحل:

غير صحيحة أبداً، إذا تقاطع مستويان فإن تقاطعهما يكون مستقيماً.

---

25) تقع ثلاث نقاط في أكثر من مستوى.

الحل:

صحيحة أحياناً، إذا كانت النقاط الثلاث تقع على استقامة واحدة فإنها ستقع في عدة مستويات، ولكن إذا لم تكن على استقامة واحدة فستقع في مستوى واحد فقط.

---

26) إذا وقع المستقيم m في المستوى X، ومرّ المستقيم m بالنقطة Q، فإن النقطة Q تقع في المستوى X.

الحل:

صحيحة دائماً، إذا احتوى المستوى على مستقيم فإن جميع نقاط المستقيم تقع في هذا المستوى.

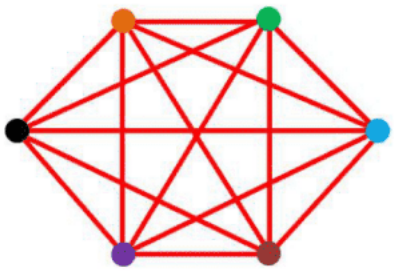
27) إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإنهما تكوّنان زاوية قائمة.

الحل:

صحيحة أحياناً، إذا كانت الزاويتان متجاورتين فإنهما تكوّنان زاوية قائمة، أما إذا لم تكونا متجاورتين فلا تكوّنان زاوية قائمة.

---

28) **عمل:** دُعي ستة أشخاص لحضور اجتماع عمل. إذا صافَحَ كل شخص بقية الأشخاص، فما عدد المصافحات التي تبادلها هؤلاء الأشخاص جميعًا؟ ارسم نموذجًا يؤيد تخمينك.



الحل:

عدد المصافحات يساوي **15 مصافحة**، **شرح الحل:** يمكن إيجاد عدد ممرات المشاة من خلال الرسم أو يمكن باستخدام الصيغة التالية، حيث n تمثل عدد الأشخاص:

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{6(6-1)}{2} = \frac{6(5)}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

1-6 البرهان الجبري (ص 53-59)

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

29) إذا كان $7(x-3) = 35$، فإن $35 = 7(x-3)$

الحل: خاصية التماثل للمساواة.

---

30) إذا كان $2x + 19 = 27$، فإن $2x = 8$

الحل: خاصية الطرح للمساواة.

---

31) $5(3x+1) = 15x + 5$

الحل: خاصية التوزيع.

---

32) إذا كان $2x + 8 = 12$ و $2x + 8 = 3y$، فإن $12 = 3y$.

الحل: خاصية التعدي للمساواة.

33) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $6(x-4)=42$

المطلوب: $x=11$

العبارات	المبررات
a) $6(x-4)=42$	**a)** ؟ معطيات
b) $6x-24=42$	**b)** ؟ خاصية التوزيع
c) $6x=66$	**c)** ؟ خاصية الجمع للمساواة
d) $x=11$	**d)** ؟ خاصية القسمة للمساواة

---

34) اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات أنه إذا كان $PQ=RS$ و $RS=x-31, PQ=5x+9$، فإن $x=-10$.

الحل:

المعطيات: $PQ=RS$، $RS=x-31$، $PQ=5x+9$.

المطلوب: $x=-10$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $PQ=RS$، $RS=x-31$، $PQ=5x+9$	**1)** معطيات
2) $5x+9=x-31$	**2)** بالتعويض
3) $4x+9=-31$	**3)** خاصية الطرح للمساواة
4) $4x=-40$	**4)** خاصية الطرح للمساواة
5) $x=-10$	**5)** خاصية القسمة للمساواة

35) اختبارات: حصل أحمد على درجة مساوية لدرجة عمر في اختبار الرياضيات، وحصل عمر على درجة مساوية لدرجة سعد. ما الخاصية التي تثبت أن أحمد وسعدًا حصلا على الدرجة نفسها؟

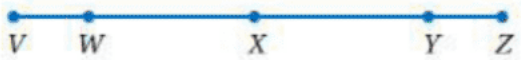
الحل: خاصية التعدي.

1-7 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة (ص 60-65)

اكتب برهانًا ذا عمودين في كلٍّ من المسألتين الآتيتين:

36) المعطيات: X نقطة منتصف كلٍّ من $\overline{WY}$ و $\overline{VZ}$

المطلوب: $VW = ZY$



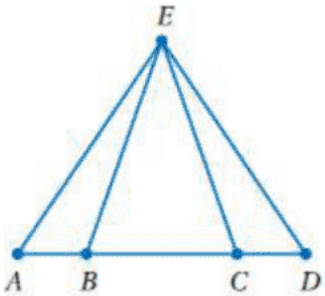
الحل:

البرهان:

العبارات	المبررات
1) X نقطة منتصف كل من $\overline{WY}$ و $\overline{VZ}$	1) معطيات
2) $\overline{WX} \cong \overline{YX}$ و $\overline{VX} \cong \overline{ZX}$	2) تعريف نقطة المنتصف
3) $VX = ZX$ و $WX = YX$	3) تعريف تطابق القطع المستقيمة
4) $ZX = ZY + YX$, $VX = VW + WX$	4) مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة
5) $VW + WX = ZY + YX$	5) بالتعويض
6) $VW + WX = ZY + WX$	6) بالتعويض
7) $VW = ZY$	7) خاصية الطرح للمساواة

37) المعطيات: $AB = DC$

المطلوب: $AC = DB$



الحل:

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $AB = DC$	**1)** معطيات
2) $AB + BC = DC + BC$	**2)** خاصية الجمع للمساواة
3) $AB + BC = AC \ , \ DC + BC = DB$	**3)** مسلمة جمع القطع المستقيمة
4) $AC = DB$	**4)** بالتعويض

---

38) **جغرافيا:** أراد طارق السفر من مدينة جدة إلى الطائف، مرورًا بمكة المكرمة لاصطحاب أخيه. ويعلم أن المسافة من جدة إلى مكة المكرمة تساوي 79 km ، والمسافة من مكة المكرمة إلى الطائف تساوي 88 km، استنتج أنه سيقطع 167 km في هذه الرحلة. فسر كيف استنتج ذلك؟ افترض أن الطريق الذي يربط هذه المدن الثلاث يشكل مستقيمًا.

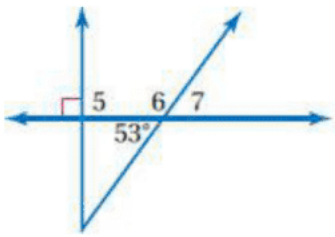
الحل:

$79 + 88 = 167$ km

استعمل طارق مسلمة جمع قياسات القطع المستقيمة.

1-8 إثبات علاقات بين الزوايا (ص 73-66)

أوجد قياس كل زاوية فيما يأتي:



39) $\angle 5$

الحل: $\angle 5$ قائمة، إذاً: $\angle 5 = 90^\circ$

---

40) $\angle 6$

الحل: $\angle 6 = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$

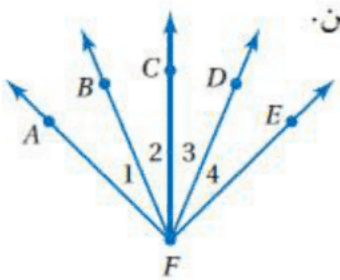
---

41) $\angle 7$

الحل: $\angle 7$, $\angle 6$ متكاملتان، إذاً: $\angle 7 = 180^\circ - \angle 6 = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$

---

42) برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين.



المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 4$, $\angle 2 \cong \angle 3$

المطلوب: $\angle AFC \cong \angle EFC$

الحل:

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle 1 \cong \angle 4$, $\angle 2 \cong \angle 3$	1) معطيات
2) $m\angle 1 = m\angle 4$, $m\angle 2 = m\angle 3$	2) تعريف تطابق الزوايا
3) $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 4 + m\angle 2$	3) خاصية الجمع للمساواة
4) $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 4 + m\angle 3$	4) خاصية التعويض للمساواة
5) $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle AFC$ $m\angle 3 + m\angle 4 = m\angle EFC$	5) مسلمة جمع قياسات الزوايا
6) $m\angle AFC = m\angle EFC$	6) بالتعويض
7) $\angle AFC \cong \angle EFC$	7) تعريف تطابق الزوايا

رقم الصفحة في الكتاب
79

الفصل 1

اختبار الفصل

اكتب تخمينًا يصف النمط في كلٍّ من المتتابعتين الآتيتين، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كلٍّ منهما.

1) $15, 30, 45, 60, \ldots\ldots$

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

$$\ldots, \quad 60 \quad , \quad 45 \quad , \quad 30 \quad , \quad 15$$

$+15 \qquad +15 \qquad +15$

الخطوة 2: ضع تخميناً: العدد التالي في المتتابعة يزيد بمقدار 15 عن العدد السابق.

الخطوة 3: جد الحد التالي: $60 + 15 = \mathbf{75}$

---

2) .....

الحل:

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

الخطوة 2: ضع تخميناً: يدور المثلث 90° في اتجاه عقارب الساعة في كل مرة، وتتبدل المنطقة المظللة بين نصفي المثلث كل مرة.

الخطوة 3: جد الحد التالي:

استعمل العبارات p, q, r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها. فسِّر إجابتك.

p: $5 < -3$

q: جميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.

r: إذا كان $4x = 36$، فإن $x = 9$.

3) p و q

الحل:

p و q: جميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة، و $5 < -3$.

بما أن العبارة p خاطئة، فإن عبارة الوصل q و p **خاطئة.**

---

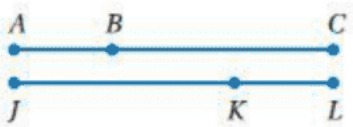
4) $(p \vee q) \wedge r$

الحل:

$(p \vee q) \wedge r$: ($5 < -3$ أو جميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة) وإذا كان $4x = 36$ فإن $x = 9$. بما أن q صائبة فإن عبارة الفصل $p \vee q$، وبما أن r صائبة فإن عبارة الوصل $(p \vee q) \wedge r$ **صائبة.**

---

5) **برهان:** اكتب برهانًا حرًّا.



المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{CB}$, $\overline{KL} \cong \overline{AB}$

المطلوب: $\overline{JL} \cong \overline{AC}$

الحل:

برهان حر:

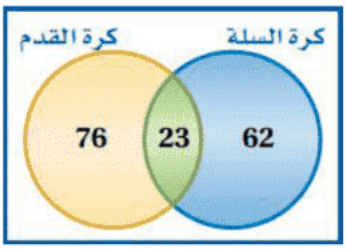
بما أن $\overline{JK} \cong \overline{CB}$ و $\overline{KL} \cong \overline{AB}$ فإن $JK = CB$ و $KL = AB$ وذلك بتعريف تطابق القطع المستقيمة.

وبتطبيق خاصية الجمع للمساواة $JK + KL = CB + KL$. وبتطبيق خاصية التعويض للمساواة يكون:

$JK + KL = CB + AB$ ، وباستعمال مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة ينتج أن:

$JL = JK + KL$ و $AC = AB + BC$. وبالتعويض $JL = AC$. من تعريف تطابق القطع المستقيمة فإن $\overline{JL} \cong \overline{AC}$.

6) **رياضة:** استعمل شكل فن الآتي الذي يبين نوع الرياضة التي اختارها الطلاب للإجابة عن السؤالين أدناه.



a) صف اختيار الطلاب الذين هم خارج منطقة التقاطع وداخل دائرة كرة السلة .

الحل: اختار هؤلاء الطلاب كرة السلة فقط.

b) ما عدد الطلاب الذين اختاروا كرة السلة وكرة القدم؟

الحل: عدد الطلاب الذين اختاروا كرة السلة وكرة القدم هو **23 طالب**.

---

7) حدِّد ما إذا كانت النتيجة صائبة أم لا فيما يأتي اعتمادًا على المعطيات. فسِّر تبريرك.

المعطيات: • إذا اجتاز الطبيب اختبار المجلس الطبي، فإنه يستطيع مزاولة مهنة الطب.

• اجتاز فهد اختبار المجلس الطبي.

النتيجة: يمكن أن يزاول فهد مهنة الطب.

الحل:

النتيجة **صائبة**، **قانون الفصل المنطقي.**

---

8) **برهان:** أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $3(x-4)=2x+7$

المطلوب: $x=19$

البرهان:

العبارات	المبررات
a) $3(x-4)=2x+7$	a) معطيات
b) $3x-12=2x+7$	b) ؟ خاصية التوزيع
c) $x-12=7$ ؟	c) خاصية الطرح للمساواة
d) $x=19$	d) ؟ خاصية الجمع للمساواة

حدِّد ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا.

9) الزاويتان المتكاملتان تكونان متجاورتين على مستقيم.

الحل:

صحيحة أحياناً، الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسيهما يساوي 180° وليس بالضرورة أن تكونا متجاورتان.

---

10) إذا وقعت B بين A و C، فإن $AC + AB = BC$

الحل:

غير صحيحة أبداً، إذا وقعت B بين A و C فإن $AC - AB = BC$.

---

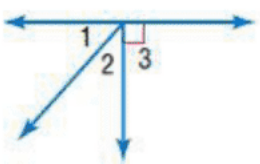
11) إذا تقاطع مستقيمان وكوَّنا زاويتين متطابقتين متجاورتين، فإنهما متعامدان.

الحل:

صحيحة دائماً، وفق النظرية 1.11 المستقيمان المتعامدان يكوّنان زوايا متجاورة متطابقة.

أوجد قياس جميع الزوايا المرقّمة في كلٍّ مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

12) $m\angle 1 = x^\circ$,
$m\angle 2 = (x-6)^\circ$



الحل:

إيجاد $m\angle 3$:

$m\angle 3 = 90^\circ$	زاوية قائمة (معطيات)

إيجاد x:

$m\angle 1 + m\angle 2 = 90^\circ$	نظرية الزاويتين المتتامتين
$x^\circ + (x-6)^\circ = 90^\circ$	بالتعويض
$2x - 6 = 90$	بالتبسيط

$2x - 6 + 6 = 90 + 6$	خاصية الجمع للمساواة
$2x = 96$	بالتبسيط
$\boldsymbol{x = 48}$	خاصية القسمة للمساواة

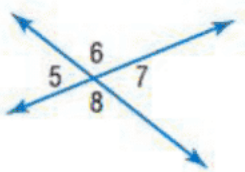
لإيجاد $m\angle 1$ نعوض $\boldsymbol{x = 48}$:

$m\angle 1 = x^\circ$	معطيات
$m\angle 1 = 48^\circ$	بالتعويض

إيجاد $m\angle 2$:

$m\angle 1 + m\angle 2 = 90^\circ$	نظرية الزاويتين المتتامتين
$48^\circ + m\angle 2 = 90^\circ$	بالتعويض
$48^\circ + m\angle 2 - 48^\circ = 90^\circ - 48^\circ$	خاصية الطرح للمساواة
$m\angle 2 = 42^\circ$	بالتبسيط

(13 $m\angle 7 = (2x + 15)^\circ$,
$m\angle 8 = (3x)^\circ$



الحل:

بما أن $\angle 7$ و $\angle 8$ متجاورتين على مستقيم فإنهما متكاملتان.

$m\angle 7 + m\angle 8 = 180^\circ$	نظرية الزاويتين المتكاملتين
$2x + 15 + 3x = 180$	بالتعويض
$5x + 15 = 180$	بالتبسيط
$5x + 15 - 15 = 180 - 15$	خاصية الطرح للمساواة
$5x = 165$	بالتبسيط
$\boldsymbol{x = 33}$	خاصية القسمة للمساواة

لإيجاد $m\angle 7$ نعوض $\boldsymbol{x = 33}$:

$m\angle 7 = (2x + 15)^\circ$	معطيات

$= (2(33) + 15)^\circ$	بالتعويض
$= 81^\circ$	بالتبسيط

إيجاد $m\angle 8$:

$m\angle 7 + m\angle 8 = 180^\circ$	نظرية الزاويتين المتكاملتين
$81^\circ + m\angle 8 = 180^\circ$	بالتعويض
$81^\circ - 81^\circ + m\angle 8 = 180^\circ - 81^\circ$	خاصية الطرح للمساواة
$m\angle 8 = 99^\circ$	بالتبسيط

إيجاد $m\angle 5$:

$\angle 5 \cong \angle 7$	نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
$m\angle 5 = m\angle 7$	تعريف تطابق الزوايا
$m\angle 5 = 81^\circ$	بالتعويض

إيجاد $m\angle 6$:

$\angle 6 \cong \angle 8$	نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
$m\angle 6 = m\angle 8$	تعريف تطابق الزوايا
$m\angle 6 = 99^\circ$	بالتعويض

اكتب كلًّا من العبارتين الشرطيتين الآتيتين على صورة (إذا... فإن...).

14) قياس الزاوية الحادة أقل من 90°

الحل:

إذا كانت الزاوية حادة، فإن قياسها أقل من 90°.

---

15) يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكوّنا زوايا قائمة.

الحل:

إذا تعامد مستقيمان، فإنهما يكوّنان زوايا قائمة.

16) **اختيار من متعدد:** أيُّ العبارات الآتية هي المعاكس الإيجابي للعبارة الآتية؟

إذا احتوى المثلث على زاوية منفرجة واحدة، فإنه مثلث منفرج الزاوية.

A إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.

B إذا لم يكن في المثلث زاوية منفرجة واحدة، فإنه ليس مثلثًا منفرج الزاوية.

C إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه لا يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.

D إذا كان المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.

الحل: الإجابة الصحيحة C

الفصل 1

الإعداد للاختبارات

تمارين ومسائل

اقرأ كل سؤال مما يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة.

1) حدِّد قيمة الصواب للعبارة الآتية. وإذا كانت خاطئة، فأعط مثالًا مضادًّا.

ناتج ضرب عددين زوجيين هو عدد زوجي.

A خاطئة؛ $8 \times 4 = 32$

B خاطئة؛ $7 \times 6 = 42$

C خاطئة؛ $3 \times 10 = 30$

D صحيحة

الحل: الإجابة الصحيحة ***D***

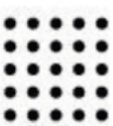
---

2) أوجد الحد التالي في النمط أدناه.

A

B

C

D 

الحل: الإجابة الصحيحة ***C***، عدد النقاط في كل حد ينتج عن تربيع العدد الطبيعي الذي يمثل ترتيبه.

رقم الصفحة في الكتاب
80

الفصل 1

اختبار تراكمي

للفصل 1

أسئلة الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال مما يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة.

1) أيُّ عبارات الوصل الآتية صائبة اعتمادًا على p و q أدناه؟

p: يوجد أربعة حروف في كلمة ربيع.

q: يوجد حرفا علّة في كلمة ربيع.

A $\sim p \wedge \sim q$

B $p \wedge q$

C $p \wedge \sim q$

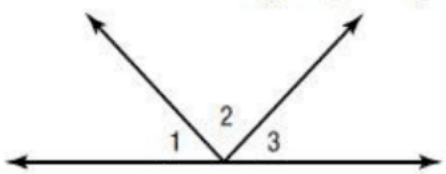
D $\sim p \wedge q$

الحل: الإجابة الصحيحة ***C***، شرح الحل:

$p \wedge \sim q$: يوجد أربعة حروف في كلمة ربيع، ولا يوجد حرفا علة في كلمة ربيع.

بما أن كلا العبارتين p و $\sim q$ صائبتان، فإن $\boldsymbol{p \wedge \sim q}$ **صائبة.**

2) في الشكل الآتي $\angle 3 \cong \angle 1$.



الحل: الإجابة الصحيحة ***A***

أيُّ الاستنتاجات الآتية صحته ليست مؤكدة؟

A $m\angle 1 - m\angle 2 + m\angle 3 = 90°$

B $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180°$

C $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 3$

D $m\angle 2 - m\angle 1 = m\angle 2 - m\angle 3$

3) الزاويتان المتكاملتان تكونان متجاورتين على مستقيم دائمًا.
أيُّ مما يأتي يعدّ مثالًا مضادًّا للعبارة السابقة؟

الحل: الإجابة الصحيحة ***C***

A زاويتان غير متجاورتين

B زاويتان منفرجتان غير متجاورتين

C زاويتان قائمتان غير متجاورتين

D زاويتان متكاملتان ومتجاورتان على مستقيم

---

4) أيّ العبارات أدناه تعدّ نتيجةً منطقيةً للعبارتين الآتيتين؟

إذا نزل المطر اليوم، فستؤجل المباراة.

ستُقام المباريات المؤجلة أيام الجمعة.

الحل: الإجابة الصحيحة ***B***، قانون القياس المنطقي.

A إذا أُجّلت المباراه، فإنها تُؤجَّل بسبب المطر.

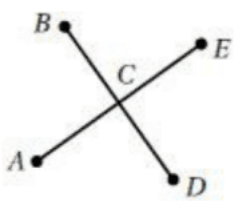
B إذا نزل المطر اليوم، فستُقام المباراة يوم الجمعة.

C لا تقام بعض المباريات المؤجلة أيام الجمعة.

D إذا لم ينزل المطر اليوم، فلن تُقام المباراة يوم الجمعة.

---

5) في الشكل أدناه تتقاطع $\overline{BD}$ و $\overline{AE}$ في C. أيُّ النتائج الآتية ليست صائبة؟



الحل: الإجابة الصحيحة ***D***

A $\angle ACB \cong \angle ECD$

B $\angle ACB$ و $\angle ACD$ متجاورتان على مستقيمٍ.

C $\angle BCE$ و $\angle ACD$ متقابلتان بالرأس.

D $\angle BCE$ و $\angle ECD$ متتامتان .

6) أرجوحة: في حديقة بيت صغير ست شجرات مزروعة على شكل رؤوس سداسيٍّ منتظمٍ. بكم طريقة يمكنك تعليق الأرجوحة وتثبيتها على شجرتين من الشجرات الستِّ؟

A 22 طريقة

B 12 طريقة

C 15 طريقة

D 36 طريقة

الحل: الإجابة الصحيحة *C*، شرح الحل:

باستخدام الصيغة التالية، حيث n تمثل عدد الشجرات:

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{6(6-1)}{2} = \frac{6(5)}{2} = \frac{30}{2} = \mathbf{15}$$

أسئلة ذات إجابات قصيرة

اكتب إجاباتك في ورقة الإجابة.

7) تقع النقاط A, B, C, D على استقامة واحدة، وتقع النقطة B بين A و C وتقع النقطة C بين B و D. أكمل العبارة الآتية:

$$AB + __؟__ = AD$$

الحل:

$$AB + BD = AD$$

8) يحتوي المستقيم m على النقاط D, E, F، إذا كان $DE = 12\,\text{cm}$، و $EF = 15\,\text{cm}$، والنقطة D بين E و F، فما طول $\overline{DF}$؟

الحل:

$$DF = EF - ED = 15 - 12 = 3\,\text{cm}$$

9) استعمل البرهان الآتي للإجابة عن السؤال أدناه .

المعطيات: $\angle A$ هي متمِّمة $\angle B$ ، $m\angle B = 46^\circ$

المطلوب: $m\angle A = 44^\circ$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle A$ هي متممة $\angle B$. $m\angle B = 46^\circ$	1) معطيات
2) $m\angle A + m\angle B = 90^\circ$	2) تعريف الزاويتين المتتامتين
3) $m\angle A + 46^\circ = 90^\circ$	3) بالتعويض
4) $m\angle A + 46^\circ - 46^\circ = 90^\circ - 46^\circ$	4) ؟
5) $m\angle A = 44^\circ$	5) بالتبسيط.

ما التبرير الذي يفسر الخطوة 4؟

الحل: خاصية الطرح للمساواة

---

10) اكتب المعاكس الإيجابي للعبارة الآتية:

إذا كان قياس الزاوية أكبر من 90°، فإنها منفرجة.

الحل: المعاكس الإيجابي: إذا لم تكن الزاوية منفرجة، فلن يكون قياسها أكبر من 90°.

---

11) النقطة E منتصف $\overline{DF}$ ، إذا كانت $DE = 8x - 3 \, , EF = 3x + 7$ ، فأوجد قيمة x؟

الحل:

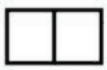
$DE = EF$	معطيات(E منتصف $\overline{DF}$)
$8x - 3 = 3x + 7$	بالتعويض
$8x - 3 - 3x = 3x + 7 - 3x$	خاصية الطرح للمساواة
$5x - 3 = 7$	بالتبسيط
$5x - 3 + 3 = 7 + 3$	خاصية الجمع للمساواة
$5x = 10$	بالتبسيط
$x = 2$	خاصية القسمة للمساواة

أسئلة ذات إجابات مطولة

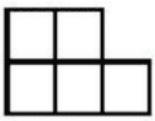
اكتب إجابتك في ورقة الإجابة مبيناً خطوات الحل.

12) إليك النمط الآتي:

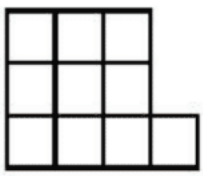
الشكل (1)



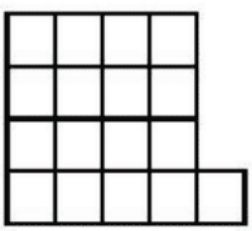
الشكل (2)



الشكل (3)



الشكل (4)



a) ضع تخميناً لعدد المربعات في أيٍّ من أشكال النمط.

الحل: عدد مربعات كل شكل يساوي مربع رقم الشكل مضافاً إليه 1.

b) اكتب عبارةً جبريةً يمكن استعمالها لإيجاد عدد المربعات في الشكل رقم n من هذا النمط.

الحل: العبارة الجبرية التي يمكن استعمالها لإيجاد عدد المربعات في الشكل رقم n هي: $\mathbf{n^2 + 1}$

c) ما عدد المربعات في الشكل السادس من هذا النمط؟

الحل: $n^2 + 1 = 6^2 + 1 = 36 + 1 = 37$